1

संख्या पद्धति
(Number System)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. C **2.** C **3.** D

4. B

हल : $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt[12]{32}$

LCM of 3, 4 and 12 is 12

$$\sqrt[12]{2^4} \times \sqrt[12]{2^3} \times \sqrt[12]{32} = \sqrt[12]{2^4 \times 2^3 \times 2^5}$$

$$= \sqrt[12]{2^{12}} = 2$$

5. A **6.** D **7.** C

8. B **9.** B **10.** B

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. माना

$$a = 3.\overline{2}$$

$$\Rightarrow \quad a = 3.222.... \qquad ...(i)$$

दोनों ओर 10 से गुणा करने पर

$$10a = 32.222.... \qquad ...(ii)$$

समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटाने पर

$$9a = (32.222...) - (3.222....)$$

$$9a = 29$$

$$a = \frac{29}{9}$$

$$\therefore \quad 3.\overline{2} = \frac{29}{9}$$

$\Rightarrow$ यदि x एक अपरिमेय संख्या है। तब x^2 एक परिमेय या अपरिमेय संख्या कुछ भी हो सकती है।

उदाहरण (1) $x = \sqrt{2}$ (एक अपरिमेय संख्या)

$\Rightarrow \quad x^2 = 2$ (एक परिमेय संख्या)

(2) $x = (\sqrt{2}+1)$ (एक अपरिमेय संख्या)

$$x^2 = (\sqrt{2}+1)^2$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = 2+1+2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = 3+2\sqrt{2}$$ (एक अपरिमेय संख्या)

2. $$\frac{5-\sqrt{6}}{5+\sqrt{6}} = \frac{5-\sqrt{6}}{5+\sqrt{6}} \times \frac{5-\sqrt{6}}{5-\sqrt{6}}$$

$$= \frac{(5-\sqrt{6})^2}{25-6}$$

$$= \frac{25+6-10\sqrt{6}}{19}$$

$$= \frac{31-10\sqrt{6}}{19}$$

3. $$\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(2-\sqrt{3}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-3}{3}$$

$$= \frac{2 \times 1.732 - 3}{3}$$

$$= \frac{3.464-3}{3}$$

$$= \frac{0.464}{3}$$

4. $$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{144}{64}} = \frac{2}{3} \times \frac{12}{8}$$

$$= 1$$ (एक परिमेय संख्या)

5. $2\sqrt[3]{40} - 4\sqrt[3]{320} + 3\sqrt[3]{625}$

$$\Rightarrow 2\sqrt[3]{\underline{2\times2\times2}\times5} - 4\sqrt[3]{\underline{2\times2\times2}\times\underline{2\times2\times2}\times5} + 3\sqrt[3]{\underline{5\times5\times5}\times5}$$

$$\Rightarrow 2\times2\sqrt[3]{5} - 4\times2\times2\sqrt[3]{5} + 3\times5\sqrt[3]{5}$$

$$= (4-16+15)\sqrt[3]{5}$$

$$= 3\sqrt[3]{5}$$

6. $\frac{1}{\sqrt{30}}$ का परिमेय कारक $\sqrt{30}$ या $\frac{1}{\sqrt{30}}$ है।

7. $$\frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$= \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

8. $(5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})$
$$= 25 - 5$$
$$= 20$$

9. $$\sqrt{12}\times\sqrt{8} = \sqrt{2\times2\times3}\times\sqrt{2\times2\times2}$$
$$= \sqrt{\underline{2\times2}\times\underline{2\times2}\times2\times3}$$
$$= 4\sqrt{6}$$

10. $4\sqrt{28}+3\sqrt{7}$
$$= 4\sqrt{2\times2\times7}+3\sqrt{7}$$
$$= 4\times2\sqrt{7}+3\sqrt{7}$$
$$= (8+3)\sqrt{7}$$
$$= 11\sqrt{7}$$

11. $a = b^2$
दोनों ओर वर्गमूल लेने पर
$$\sqrt{a} = \sqrt{b^2}$$
$$= \sqrt{b\times b}$$
$$\sqrt{a} = b$$

12. $\sqrt{72}+\sqrt{800}-\sqrt{18}$
$\Rightarrow \sqrt{\underline{2\times2}\times2\times\underline{3\times3}}+\sqrt{\underline{2\times2}\times\underline{2\times2}\times2\times\underline{5\times5}}-\sqrt{2\times\underline{3\times3}}$
$\Rightarrow 2\times3\sqrt{2}+2\times2\times5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$\Rightarrow (6+20-3)\sqrt{2}$
$\Rightarrow 23\sqrt{2}$

13. 4 और 5 के बीच की परिमेय संख्याएँ
4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9
कोई भी दो परिमेय संख्या लिखिए
इसके अतिरिक्त अन्य परिमेय संख्या हो सकती हैं।
जो 4 और 5 के बीच में आती हैं।

14. $\frac{58}{1000}$ एक दशमलव प्रसार = 0.058

15. $\frac{-2}{3}$ और $\frac{-1}{3}$
$\Rightarrow \frac{-2\times4}{3\times4}$ और $\frac{-1\times4}{3\times4}$
$\Rightarrow \frac{-8}{12}$ और $\frac{-4}{12}$
तीन परिमेय संख्याएँ $\Rightarrow \frac{-7}{12},\frac{-6}{12},\frac{-5}{12}$ या $\frac{-7}{12},\frac{-1}{2},\frac{-5}{12}$

16. $$\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{8}{3}\right)^{-12}\left(\frac{32}{3}\right)^6 = \frac{2^4}{3^4}\left(\frac{3}{8}\right)^{12}\left(\frac{2^5}{3}\right)^6$$
$$= \frac{2^4}{3^4}\times\frac{3^{12}}{(2^3)^{12}}\times\frac{2^{30}}{3^6}$$
$$= \frac{2^{30+4}.3^{12}}{2^{36}.3^{4+6}}$$
$$= \frac{2^{34}.3^{12}}{2^{36}.3^{10}}$$
$$= \frac{3^{12-10}}{2^{36-34}} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

17. $$\left\{\left[(81)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{4}}\right\}^2 = \left\{\left[(3^4)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{4}}\right\}^2$$
$$= \left\{\left[3^2\right]^{\frac{1}{4}}\right\}^2 = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2$$
$$= 3^{\frac{2}{2}} = 3$$

18. $$\frac{4}{(216)^{\frac{-2}{3}}}-\frac{1}{(256)^{\frac{-3}{4}}} = \frac{4}{(6^3)^{\frac{-2}{3}}}-\frac{1}{(4^4)^{\frac{-3}{4}}}$$
$$= \frac{4}{6^{-2}}-\frac{1}{4^{-3}}$$
$$= 4(6^2)-(4^3)$$
$$= 4\times36-64$$
$$= 144-64 = 80$$

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. $(4\sqrt{3}-\sqrt{2})\times(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})$
$\Rightarrow 4\sqrt{3}\times3\sqrt{2}+4\sqrt{3}\times2\sqrt{3}-\sqrt{2}\times3\sqrt{2}-\sqrt{2}\times2\sqrt{3}$
$\Rightarrow 12\sqrt{6}+8\times3-3\times2-2\sqrt{6}$
$\Rightarrow 10\sqrt{6}+18$

2. $\left[5\left(8^{\frac{1}{3}}+27^{\frac{1}{3}}\right)^3\right]^{\frac{1}{4}}$
$\Rightarrow \left[5\left(2^{3\times\frac{1}{3}}+3^{3\times\frac{1}{3}}\right)^3\right]^{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow \left[5(2+3)^3\right]^{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow \left[5^1 \times 5^3\right]^{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow \left[5^4\right]^{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow 5^{4\times\frac{1}{4}}$

$= 5$

3. $a = b^{2x}$

$\Rightarrow a = [c^{2y}]^{2x}$

$\Rightarrow a = [c]^{4xy}$

$\Rightarrow a = [a^{2z}]^{4xy}$

$a = a^{8xyz}$

घातो की तुलना करने पर

$8xyz = 1$

$\therefore xyz = \frac{1}{8}$

4. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{27}+\sqrt{63}-\sqrt{28}-\sqrt{48}}$

$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{3\times3\times3}+\sqrt{3\times3\times7}-\sqrt{2\times2\times7}-\sqrt{2\times2\times2\times2\times3}}$

$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{3\sqrt{3}+3\sqrt{7}-2\sqrt{7}-4\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})\times(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})\times(\sqrt{7}-\sqrt{3})}$

$= \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}$

$= \frac{7+3+2\sqrt{21}}{7-3}$

$= \frac{10+2\sqrt{21}}{4}$

$= \frac{2(5+\sqrt{21})}{4}$

$= \frac{5+\sqrt{21}}{2}$

5. परिमेय संख्याएँ

$\Rightarrow \frac{0.122,}{1000}, \frac{0.123,}{1000}, \frac{0.124, ...}{1000}$

6. $\frac{5}{7}$ और $\frac{9}{11}$

$\Rightarrow \frac{5\times11}{7\times11}$ और $\frac{9\times7}{11\times7}$

$\Rightarrow \frac{55}{77}$ और $\frac{63}{77}$

तीन परिमेय संख्याएँ

$\frac{56}{77}, \frac{57}{77}, \frac{58}{77}, \frac{59}{77}, \frac{60}{77}, \frac{61}{77}$

और $\frac{62}{77}$ मे से कोई भी तीन लिखिए

7. 3 और 4

$\Rightarrow \frac{3}{1}$ और $\frac{4}{1}$

$\frac{3\times7}{1\times7}$ और $\frac{4\times7}{1\times7}$

$\Rightarrow \frac{21}{7}$ और $\frac{28}{7}$

छह परिमेय संख्याएँ

$\frac{22}{7}, \frac{23}{7}, \frac{24}{7}, \frac{25}{7}, \frac{26}{7}, \frac{27}{7}$

8. $\frac{1}{6}$ और $\frac{1}{5}$

$\Rightarrow \frac{1\times5}{6\times5}$ और $\frac{1\times6}{5\times6}$

$\Rightarrow \frac{5}{30}$ और $\frac{6}{30}$

$\Rightarrow \frac{5\times5}{30\times5}$ और $\frac{6\times5}{30\times5}$

$\Rightarrow \frac{25}{150}$ और $\frac{30}{150}$

चार परिमेय संख्याएँ–

$\frac{26}{150}, \frac{27}{150}, \frac{28}{150}, \frac{29}{150}$

9. NCERT FOLDER Ex-1.2 प्रश्न 3 देखें

10. NCERT FOLDER Ex-1.4 प्रश्न 4 देखें

11. $8\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$

$\Rightarrow (8-2+4)\sqrt{3}$

$\Rightarrow 10\sqrt{3}$

12. $\sqrt{50}-\sqrt{98}+\sqrt{162}$

$\Rightarrow \sqrt{\underline{5\times5}\times2}-\sqrt{\underline{7\times7}\times2}+\sqrt{\underline{3\times3}\times\underline{3\times3}\times2}$

$= 5\sqrt{2}-7\sqrt{2}+3\times3\sqrt{2}$

$= (5-7+9)\sqrt{2}$

$= 7\sqrt{2}$

13. अतिलघु उत्तरीय प्रश्न-5 की तरह

14. $\sqrt[4]{16} - 6\sqrt[3]{343} + 18\sqrt[5]{243} - \sqrt{196}$

$= \sqrt[4]{\underline{2\times2}\times\underline{2\times2}} - 6\sqrt[3]{\underline{7\times7\times7}} + 18\sqrt[5]{\underline{3\times3\times3\times3\times3}} - \sqrt{\underline{2\times2}\times\underline{7\times7}}$

$= 2 - 6\times7 + 18\times3 - 2\times7$

$= 2 + 54 - 42 - 14$

$= 56 - 56$

$= 0$

15. लघु उत्तरीय प्रश्न-1 की तरह

16. लघु उत्तरीय प्रश्न-12 की तरह

17. $(729)^{\frac{-1}{6}}$

$= (3\times3\times3\times3\times3\times3)^{\frac{-1}{6}}$

$= (3^6)^{\frac{-1}{6}}$

$= 3^{6\times\left(\frac{-1}{6}\right)}$

$= 3^{-1}$

$= \frac{1}{3}$

18. $\sqrt{5+2\sqrt{6}} + \sqrt{8-2\sqrt{15}}$

$\Rightarrow \sqrt{2+3+2\sqrt{6}} + \sqrt{5+3-2\sqrt{15}}$

$\Rightarrow \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2+2\sqrt{2}\times\sqrt{3}} + \sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2-2\sqrt{5}\times\sqrt{3}}$

$= \sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{3}$

$= \sqrt{2}+\sqrt{5}$

19. $\left(1^3+2^3+3^3\right)^{\frac{-3}{2}}$

$\Rightarrow [1+8+27]^{\frac{-3}{2}}$

$\Rightarrow [36]^{\frac{-3}{2}}$

$\Rightarrow \quad 6^{2\times\left(\frac{-3}{2}\right)} = 6^{-3}$

$= \frac{1}{6^3}$

$= \frac{1}{216}$

20. $a = 2, b = 3$

$a^b + b^a \Rightarrow 2^3 + 3^2$

$\Rightarrow 8 + 9$

$\Rightarrow 17$

21. माना, $x = 1.3\overline{2}$

$x = 1.32222$ ....(i)

दोनों ओर 10 से गुणा करने पर

$\therefore \quad 10x = 13.2222$ ....(ii)

पुनः दोनों ओर 10 से गुणा करने पर

$\therefore \quad 100x = 132.222$ ....(iii)

समीकरण (iii) से समीकरण (ii) को घटाने पर

$90x = 119$

$\Rightarrow \quad x = \frac{119}{90}$

पुनः माना,

$\Rightarrow \quad y = 0.353535....$ ...(iv)

दोनों ओर 100 से गुणा करने पर

और $100y = 35.353535.....$ ...(v)

समीकरण (v) में से समीकरण (iv) को घटाने पर

$99y = 35$

$\Rightarrow \quad y = \frac{35}{99}$ ...(vi)

$\therefore \quad x + y = \frac{119}{90} + \frac{35}{99}$

$\Rightarrow \quad 1.3\overline{2} + 0.\overline{35} = \frac{1309+350}{990} = \frac{1659}{990} = \frac{553}{330}$

22. माना $x = 0.\overline{7} = 0.7777...$ ...(i)

दोनों पक्षों को 10 से गुणा करने पर

$10x = 7.777...$ ...(ii)

समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटाने पर

$9x = 7$

अतः $x = \frac{7}{9}$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. $\frac{9^{\frac{1}{3}}\times27^{-\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6}}\times3^{\frac{-2}{3}}}$

$\Rightarrow \frac{(3)^{2\times\frac{1}{3}}\times(3)^{3\times\frac{(-1)}{2}}}{3^{\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)}}$

$\Rightarrow \frac{3^{\frac{2}{3}-\frac{3}{2}}}{3^{\frac{1}{6}-\frac{2}{3}}}$

$\Rightarrow \frac{3^{\left(\frac{4-9}{6}\right)}}{3^{\left(\frac{1-4}{6}\right)}}$

$$\Rightarrow \frac{3^{-\frac{5}{6}}}{3^{\frac{-3}{6}}}$$

$$\Rightarrow 3^{-\frac{5}{6}+\frac{3}{6}}$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{-2}{6}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

2. $x = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{\sqrt{5}+3}$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}-3)}{(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3)}$$

$$= \frac{-2(3-\sqrt{5})}{5-9}$$

$$= \frac{-2(3-\sqrt{5})}{-4}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$x^2+\frac{1}{x^2} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$$

$$= \left[\frac{\sqrt{5}+3}{2}+\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right]^2-2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}+3+3-\sqrt{5}}{2}\right)^2-2$$

$$= (3)^2-2$$

$$= 9-2$$

$$= 7$$

3. $\frac{1}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{4}} = \frac{1}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-2}\times\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+2}$

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(2)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+2}{2+3+2\sqrt{6}-4}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+2}{1+2\sqrt{6}}\times\frac{1-2\sqrt{6}}{1-2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-2\sqrt{12}+\sqrt{3}-2\sqrt{18}+2-4\sqrt{6}}{(1)^2-(2\sqrt{6})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-2\times2\sqrt{3}+\sqrt{3}-2\times3\sqrt{2}+2-4\sqrt{6}}{1-4\times6}$$

$$= \frac{-5\sqrt{2}-3\sqrt{3}-4\sqrt{6}+2}{-23}$$

$$= \frac{-(5\sqrt{2}+3\sqrt{3}+4\sqrt{6}-2)}{-23}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}+3\sqrt{3}+4\sqrt{6}-2}{23}$$

4. अभ्यास प्रश्न-3 (Solved) दीर्घ उत्तरीय

5. अभ्यास प्रश्न-3 (Solved) दीर्घ उत्तरीय

6. अभ्यास प्रश्न का दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-3 देखें

7. $x+y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3+2+2\sqrt{6}+3+2-2\sqrt{6}}{3-2}$$

$$= \frac{10}{1}$$

$$= 10$$

$$x\times y = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\times\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$= 1$$

हम जानते हैं कि

$$x^2+y^2 = (x+y)^2-2xy$$
$$= (10)^2-2\times1$$
$$= 100-2$$
$$= 98$$

8. अभ्यास प्रश्न-2 (Solved) दीर्घ उत्तरीय

9. अभ्यास प्रश्न-दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-8 देखें

10. $a = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$$= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$$

(हर का परिमेयकरण करने पर)

$$= \frac{5+2+2\sqrt{10}}{5-2} \Rightarrow \frac{7+2\sqrt{10}}{3}$$

$$a^2 = \left(\frac{7+2\sqrt{10}}{3}\right)^2$$

$$= \frac{49+40+28\sqrt{10}}{9}$$

$$a^2 = \frac{89+28\sqrt{10}}{9}$$

$$b = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

(हर का परिमेयकरण करने पर)

$$= \frac{5+2-2\sqrt{10}}{5-2} \Rightarrow \frac{7-2\sqrt{10}}{3}$$

$$b^2 = \left(\frac{7-2\sqrt{10}}{3}\right)^2$$

$$= \frac{49+40-28\sqrt{10}}{9}$$

$$= \frac{89-28\sqrt{10}}{9}$$

$$a \times b = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})} \times \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$$

$$= 1$$

$$\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{\frac{89+28\sqrt{10}}{9}+1+\frac{89-28\sqrt{10}}{9}}{\frac{89+28\sqrt{10}}{9}-1+\frac{89-28\sqrt{10}}{9}}$$

$$= \frac{89+28\sqrt{10}+9+89-28\sqrt{10}}{9} \times \frac{9}{89+28\sqrt{10}-9+89-28\sqrt{10}}$$

$$= \frac{187}{169}$$

$$\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} \Rightarrow \frac{187}{169}$$

11. $\left(\frac{x^{a^2}}{x^{b^2}}\right)^{\frac{1}{a+b}} \cdot \left(\frac{x^{b^2}}{x^{c^2}}\right)^{\frac{1}{b+c}} \cdot \left(\frac{x^{c^2}}{x^{a^2}}\right)^{\frac{1}{c+a}} = 1$

बायाँ पक्ष $= \left(\frac{x^{a^2}}{x^{b^2}}\right)^{\frac{1}{a+b}} \cdot \left(\frac{x^{b^2}}{x^{c^2}}\right)^{\frac{1}{b+c}} \cdot \left(\frac{x^{c^2}}{x^{a^2}}\right)^{\frac{1}{c+a}}$

$$= \left(x^{a^2-b^2}\right)^{\frac{1}{a+b}} \cdot \left(x^{b^2-c^2}\right)^{\frac{1}{b+c}} \cdot \left(x^{c^2-a^2}\right)^{\frac{1}{c+a}}$$

$$= x^{\left(\frac{a^2-b^2}{a+b}\right)} \cdot x^{\left(\frac{b^2-c^2}{b+c}\right)} \cdot x^{\left(\frac{c^2-a^2}{c+a}\right)}$$

$$= x^{\frac{(a+b)(a-b)}{a+b}} \cdot x^{\frac{(b+c)(b-c)}{b+c}} \cdot x^{\frac{(c+a)(c-a)}{(c+a)}}$$

$$= x^{a-b} \cdot x^{b-c} \cdot x^{c-a}$$

$$= x^0$$

$= 1 =$ दायाँ पक्ष **इति सिद्धम्।**

❑❑

2 बहुपद (Polynomial)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (C) **2.** (B) **3.** (B)
4. (A) **5.** (B) **6.** (B)
7. (B) **8.** (D) **9.** (D)
10. (A)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. y^3 का गुणांक = 5

2. $(x^2-1)(x-2) \Rightarrow x^3-2x^2-x+2$
$\Rightarrow x^2$ का गुणांक = -2

3.
$$\begin{aligned} P(x) &= 3x-2a \\ g(x) &= (x-2) \\ g(x) &= 0 \\ x-2 &= 0 \\ x &= 2 \\ \therefore\ P(2) &= 0 \\ 3(2)-2a &= 0 \\ 6-2a &= 0 \\ -2a &= -6 \\ a &= 3 \end{aligned}$$

4. बहुपद की घात = 5

5. $P(1)+P(-1) = [(1)^3-3(1)^2+2(1)-3]+[(-1)^3-3(-1)^2+2(-1)-3]$
$= [1-3+2-3]+[-1-3-2-3]$
$= (-3)+(-9)$
$= -12$

6. z^2-8
$\Rightarrow z^2-(2\sqrt{2})^2$
$\Rightarrow (z-2\sqrt{2})(z+2\sqrt{2})$
शून्यक $\Rightarrow (2\sqrt{2})$ और $(-2\sqrt{2})$

7. बहुपद की घात = 3

8. ax^3+bx+c यहाँ $a, b, c \neq 0$

9. एक पदी $\Rightarrow ax,\ a \neq 0$
द्वि पदी $\Rightarrow ax+b,\ a, b \neq 0$
द्विघातीय $\Rightarrow ax^2+bx+c,\ a \neq 0$

10.
$$\begin{aligned} P(x) &= x^2-3x+x-3 \\ P(3) &= (3)^2-3\times 3+3-3 \qquad \{x=3 \text{ रखने पर}\} \\ &= 9-9+3-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$
$\therefore\ x = 3$, बहुपद का एक शून्यक है।

11. बहुपद $\sqrt{7}$ की घात = 0

12.
$$\begin{aligned} P(x) &= 3x^2+5x+k \\ P(-1) &= 3(-1)^2+5(-1)+k \qquad \{x=-1 \text{ रखने पर}\} \\ 0 &= 3-5+k \\ 2 &= k \\ k &= 2 \end{aligned}$$

13. $4x^2-4x+1 = (2x)^2-2\times(2x)\times(1)+(1)^2$
$= (2x-1)^2$

14.
1. $(x-8)(x^2+8x+64)$
2. $(x-1)(x^2+x+1)$
3. $(x-3)(x^2+3x+9)$
4. $(4-x)(x^2+4x+16)$
5. $\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x^2+1+\frac{1}{x^2}\right)$
6. $ab(b-a)(a^2+ab+b^2)$
7. $(2x-3)(4x^2+6x+9)$
8. $(3-2y)(4y^2+6y+9)$
9. $x(x-4)(x^2+4x+16)$
10. $(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$
11. $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$
12. $4x^4y^4(3x-10y)(9x^2+30xy+100y^2)$
13. $(a-b)(a^2+ab+b^2+a+b)$
14. $(7x-3y)(49x^2+21xy+9y^2)-14x+6y$
15. $(x-2y)^3$
16. $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
17. $(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^6+x^3y^3+y^6)$

18. $(a - 0.6)(a^2 + 0.6a + 0.36)$

19. $xy(xy + 1)(xy - 1)(x^2y^2 - xy + 1)(x^2y^2 + xy + 1)$

20. $7mn(m - n)(m^2 + mn + n^2)$

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. अभ्यास प्रश्न (Solved) लघु उत्तरीय प्रश्न-7 देखें

2. अभ्यास प्रश्न (Solved) लघु उत्तरीय प्रश्न-7 देखें

3. NCERT FOLDER-Ex-2.4-प्रश्न-7 देखें

4. $P(x) = x(x - 2)(x + 3)$

$P(x) = 0$ रखने पर

$0 = x(x - 2)(x + 3)$

$\therefore \quad x = 0, \quad x - 2 = 0, \quad x + 3 = 0$

$x = 0, \quad x = 2, \quad x = -3$

शून्यक $\Rightarrow 0, 2, -3$

5. $P(x) = x^2 - 7x + 12$

$= x^2 - (4 + 3)x + 12$

$= x^2 - 4x - 3x + 12$

$= x(x - 4) - 3(x - 4)$

$= (x - 4)(x - 3)$

6. $P(x) = 8x^3 + 27y^3$

$= (2x)^3 + (3y)^3$

$= (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

7. $P(x) = x + 9$

$P(-x) = -x + 9$ (x के स्थान पर $-x$ रखने पर)

$P(x) + P(-x) = x + 9 - x + 9$

$= 18$

8. NCERT FOLDER. प्रश्नावली-2.4, प्रश्न-2 देखें

9. $36x^2 - b = \left(6x + \frac{1}{5}\right)\left(6x - \frac{1}{5}\right)$

$36x^2 - b = 36x^2 - \frac{1}{25}$

तुलना करने पर

$b = \frac{1}{25}$

10. NCERT FOLDER प्रश्नावली 2.4, प्रश्न-4 देखें

11. $(351)^2 - (350)^2$ {सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$}

$= (351 + 350)(351 - 350)$

$= (701) \times (1)$

$= 701$

12. $x + 2$ का शून्यक -2 है।

माना $p(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 6$

और $s(x) = 2x + 4$

तब, $p(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 5(-2) + 6$

$= -8 + 12 - 10 + 6$

$= 0$

अत: गुणनखण्ड प्रमेय के अनुसार $x + 2$, $x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ का एक गुणनखण्ड है।

पुन: $s(-2) = 2(-2) + 4$

$= -4 + 4 = 0$

अत: $x + 2$, $2x + 4$ का एक गुणनखण्ड है।

वास्तव में, गुणनखण्ड प्रमेय लागू किए बिना ही हम इसकी जाँच कर सकते हैं, क्योंकि $2x + 4 = 2(x + 2)$ है।

13. $x - 2 = 0$ रखने पर, इसका शून्यक $x = 2$

दिए हुए व्यंजक का $(x - 2)$ का गुणनखण्ड होगा यदि व्यंजक में $x = 2$ रखने पर व्यंजक का मान शून्य प्राप्त होता है।

व्यंजक $(x^3 - 4x^2 - 11x + 30)$ में $x = 2$ रखने पर,

$x^3 - 4x^2 - 11x + 30 = 2^3 - 4 \times 2^2 - 11 \times 2 + 30$

$= 8 - 4 \times 4 - 22 + 30$

$= 8 - 16 - 22 + 30$

$= 38 - 38 = 0$

$x = 2$ रखने पर दिए हुए व्यंजक का मान शून्य है,

अत: दिए हुए व्यंजक $(x^3 - 4x^2 - 11x + 30)$ का एक गुणनखण्ड $(x - 2)$ है।

14. $p\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 13\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 17\left(-\frac{1}{2}\right) + 12$

$= 2 \times -\frac{1}{8} - 13 \times \frac{1}{4} + 17 \times -\frac{1}{2} + 12$

$= -\frac{1}{4} - \frac{13}{4} - \frac{17}{2} + 12$

$= \frac{48 - 48}{4}$

$= \frac{0}{4} = 0$

अत: $p(x)$ का $x = -\frac{1}{2}$ पर मान 0 है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. $64a^2 + 96ab + 36b^2$

$\Rightarrow 4[16a^2 + 24ab + 9b^2]$

$\Rightarrow 4[(4a)^2 + 2(4a)(3b) + (3b)]^2$

$\Rightarrow 4[(4a + 3b)^2]$

$\Rightarrow 4(4a + 3b)(4a + 3b)$

2. अभ्यास प्रश्न (Solved) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न, प्रश्न-2 देखें

3. $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

$(3)^2 = 49 - 2xy$

$2xy = 49 - 9$

$2xy = 40$

$xy = \frac{40}{2}$

$= 20$

$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + y^2 + xy)$
$= (3) \times [49 \times 20]$
$= 3 \times 69$
$= 207$
$x^3 - y^3 = 207$

4. $(5a - 2b)(25a^2 + 10ab + 4b^2) - (2a + 5b)(4a^2 - 10ab + 25b^2)$
$\Rightarrow [(5a)^3 - (2b)^3] - [(2a)^3 + (5b)^3]$
$\Rightarrow [125a^3 - 8b^3] - [8a^3 + 125b^3]$
$\Rightarrow 125a^3 - 8b^3 - 8a^3 - 125b^3$
$\Rightarrow 117a^3 - 133b^3$

5. अभ्यास प्रश्न (Solved) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न, प्रश्न-2 देखें

6. $\left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p + \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$

{सर्वसमिका $(a - b)(a + b) = (a^2 - b^2)$ का प्रयोग करके}

$\Rightarrow \left[p^2 - \frac{1}{p^2}\right]\left[p^2 + \frac{1}{p^2}\right]\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$

$\Rightarrow \left(p^4 - \frac{1}{p^4}\right)\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$

$\Rightarrow \left[p^8 - \frac{1}{p^8}\right]$

7. $7\sqrt{2}\,k^2 - 10k - 4\sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{2}\,[7k^2 - 5\sqrt{2}k - 4]$

$\Rightarrow \sqrt{2}\,[7k^2 - (7 - 2)\sqrt{2}k - 4]$

$\Rightarrow \sqrt{2}\,[7k^2 - 7\sqrt{2}k + 2\sqrt{2}k - 4]$

$\Rightarrow \sqrt{2}\,[7k(k - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2}(k - \sqrt{2})]$

$\Rightarrow \sqrt{2}[(k - \sqrt{2})(7k + 2\sqrt{2})]$

$\Rightarrow \sqrt{2}(k - \sqrt{2})(7k + 2\sqrt{2})$

8. $(3x - 4y)^3 - (3x + 4y)^3$

{सर्वसमिका $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$}

$\Rightarrow [(3x - 4y) - (3x + 4y)][(3x - 4y)^2 + (3x - 4y)(3x + 4y) + (3x + 4y)^2]$

$\Rightarrow [3x - 4y - 3x - 4y]\,[9x^2 - 24xy + 16y^2 + 9x^2 - 16y^2 + 9x^2 + 24xy + 16y^2]$

$\Rightarrow [-8y]\,[27x^2 + 16y^2]$

$\Rightarrow -8y(27x^2 + 16y^2)$

9. NCERT FOLDER. Ex-2.4 प्रश्न-11 देखें

10. $(x + y + z)^2 - (x - y - z)^2$
$\Rightarrow [(x + y + z) + (x - y - z)][(x + y + z) - (x - y - z)]$
$\Rightarrow [x + y + z + x - y - z][x + y + z - x + y + z]$
$\Rightarrow [2x][2y + 2z]$
$= (2x) \times 2(y + z)$
$= 4x(y + z)$

11. बहुपद के अचर पद 12 के गुणनखण्ड $= \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$ हैं।

सर्वप्रथम बहुपद में $x = -1$ रखने पर

$p(-1) = (-1)^3 + 9(-1)^2 + 20(-1) + 12$
$= -1 + 9 - 20 + 12$
$= 21 - 21 = 0$

अतः $(x + 1)$, दिये गये बहुपद का एक गुणनखण्ड है।

तो $x^3 + 9x^2 + 20x + 12$
$= x^3 + x^2 + 8x^2 + 8x + 12x + 12$
$= x^2(x + 1) + 8x(x + 1) + 12(x + 1)$
$= (x + 1)(82 + 8x + 12)$

अब $x^2 + 8x + 12$ को मध्य पद विभक्त विधि से हल करने पर

$x^2 + 8x + 12 = x^2 + 6x + 2x + 12$
$= x(x + 6) + 2(x + 6)$
$= (x + 6)(x + 2)$

अतः अभीष्ट गुणनखण्ड $= (x + 1)(x + 2)(x + 6)$

❑❑

3

निर्देशांक ज्यामिति
(Coordinate Geometry)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (A) **2.** (B) **3.** (C)
4. (A) **5.** (C) **6.** (A)
7. (B) **8.** (A) **9.** (C)
10. (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. द्वितीय और तृतीय चतुर्थांश में

2. Y-अक्ष पर

3. 6 इकाई

4. x-अक्ष पर स्थित है :

तब कोटि $= 0$

$a - 3 = 0$

$a = 3$

5. $\because \quad (5, y + 2) = (x - 3, -4)$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर

$\therefore \quad x - 3 = 5$

$y + 2 = -4$

$\therefore \quad x = 8$

$y = -6$

$(x, y) = (8, -6)$ अर्थात् $(+, -)$

अत: बिन्दु $(8, -6)$ चतुर्थ चतुर्थांश में है।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. प्रश्न संख्या-1 की तरह

2. NCERT FOLDER-उदाहरण-2 देखें

3. (i) $(-4, 5)$ का भुज $= -4$

(ii) $(-6, 6)$ की कोटि $= 6$

(iii) मूलबिन्दु के निर्देशांक $= (0, 0)$

(iv) भुज 0 वाला बिन्दु y-अक्ष पर स्थित होगा

(v) कोटि 0 वाला बिन्दु x-अक्ष पर स्थित होगा

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. (5, 0)

2. (0, 7)

3. (i) बिन्दु A

(ii) बिन्दु B

(iii) नहीं

(iv) $C \equiv (5, 3)$

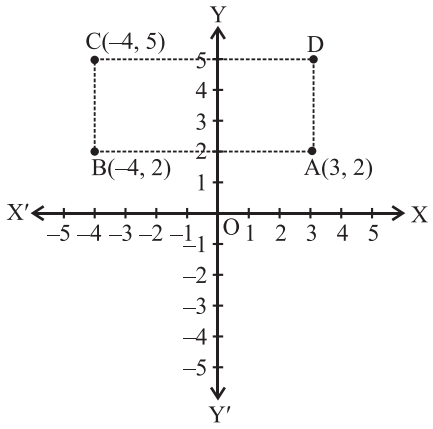
(v) $D \equiv (-3, 2)$

(vi) $E \equiv (-2, -3)$

(vii) $F \equiv (4, -2)$

(viii) हाँ

41. आयत के इन तीनों शीर्षों को A(3, 2), B(– 4, 2) और C(– 4, 5) के रूप में आलेखित कीजिए



हमें चौथे बिंदु D के निर्देशांक ज्ञात करने हैं, ताकि ABCD एक आयत हो।

क्योंकि एक आयत की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं, अत: D का भुज A के भुज के बराबर, अर्थात् 3 होना चाहिए तथा D की कोटि C की कोटि के बराबर, अर्थात् 5 होनी चाहिए। इसलिए, D के निर्देशांक (3, 5) हैं।

❑❑

4 दो चर वाले रैखिक समीकरण
(Linear Equation in Two Variables)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (B) **2.** (B) **3.** (A)
4. (B) **5.** (A) **6.** (B)
7. (B) **8.** (A)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. $ay = 3x + 7$

$x = 1, y = 5$ रखने पर

$a \times 5 = 3 \times 1 + 7$

$5a = 10$

$a = \frac{10}{5}$

$= 2$

2. $x + 2y = 5$

$x = 1, y = 2$ रखने पर

$1 + 2 \times 2 = 5$

$5 = 5$

बाँया पक्ष = दाँया पक्ष

अत: (1, 2) रैखिक समीकरण $x + 2y = 5$ का एक हल है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. NCERT FOLDER Ex-4.2 प्रश्न-2 देखे

2. समीकरण $x + 2y - 4 = 0$

$\Rightarrow \quad x - 4 = -2y$

$\Rightarrow \quad y = \frac{-(4-x)}{-2}$

$y = \frac{4-x}{2}$

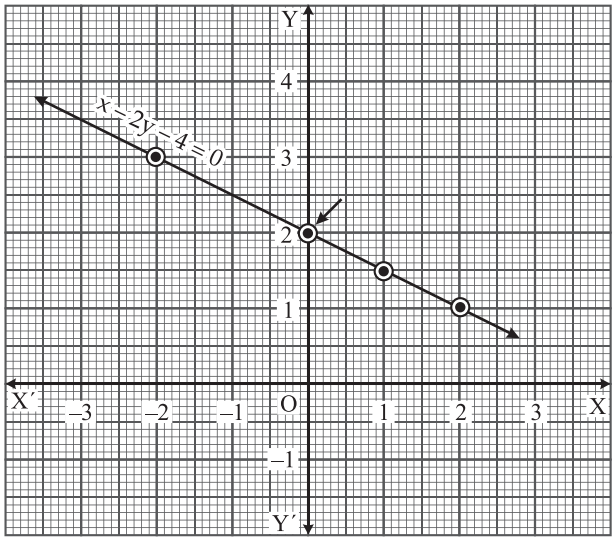
$x = -2$, रखने पर, $y = \frac{4-(-2)}{2} \Rightarrow y = 3$

$x = 1$, रखने पर, $y = \frac{4-1}{2} \Rightarrow y = 1.5$

$x = 2$, रखने पर, $y = \frac{4-2}{2} \Rightarrow y = 1$

इस प्रकार हमें निम्न तालिका प्राप्त होती हैं।

$x =$	-2	1	2
$y =$	3	1.5	1



$\Rightarrow$ ग्राफ की सहायता से, उस बिन्दु के निर्देशाक जहाँ ग्राफ y-अक्ष को काटता है (0, 2)

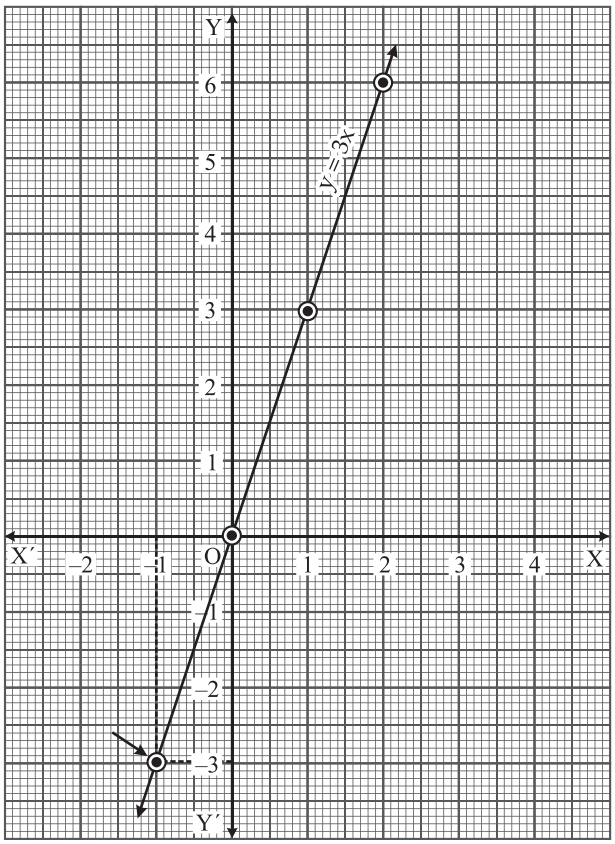
3. समीकरण $y = 3x$

$x = 0, 1, 2$ रखने पर

$y = 0, 3, 6$ प्राप्त होते हैं।

इस प्रकार हमे निम्न तालिका प्राप्त होती है।

$x =$	0	1	2
$y =$	0	3	6



$\Rightarrow$ ग्राफ की सहायता से x का मान जब $y = -3 \Rightarrow -1$

4. समीकरण $2x + 3y = 11$

$\Rightarrow \quad 2x = 11 - 3y$

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{11-3y}{2}$

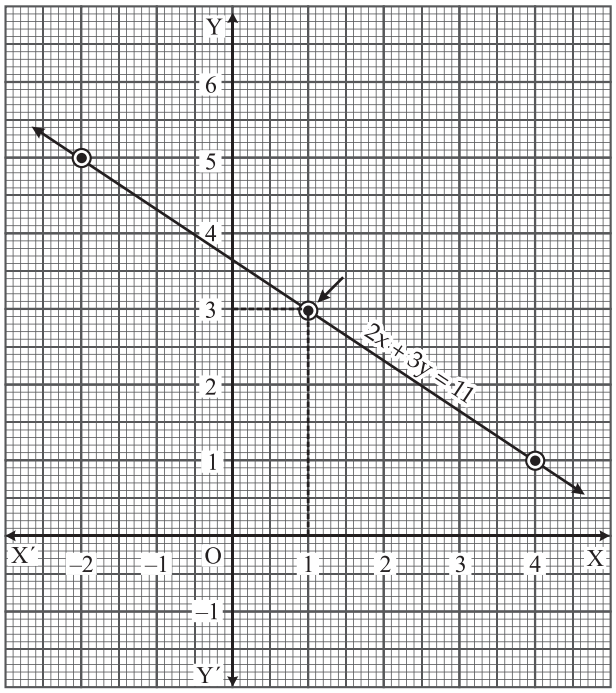
$y = 1$, रखने पर $\quad x = \dfrac{11-3\times1}{2} \Rightarrow x = 4$

$y = 3$, रखने पर $\quad x = \dfrac{11-3\times3}{2} \Rightarrow x = 1$

$y = 5$, रखने पर $\quad x = \dfrac{11-3\times5}{2} \Rightarrow x = -2$

इस प्रकार के निम्न तालिका प्राप्त होती है।

x	4	1	-2
y	1	3	5



$\Rightarrow$ ग्राफ की सहायता से, जब $x = 1$ हो तो y का मान $\Rightarrow 3$

5. भुजाएँ $\quad x = 0 \quad$ (y-अक्ष)

$y = 0 \quad$ (x-अक्ष)

और $\quad x + y = 3$

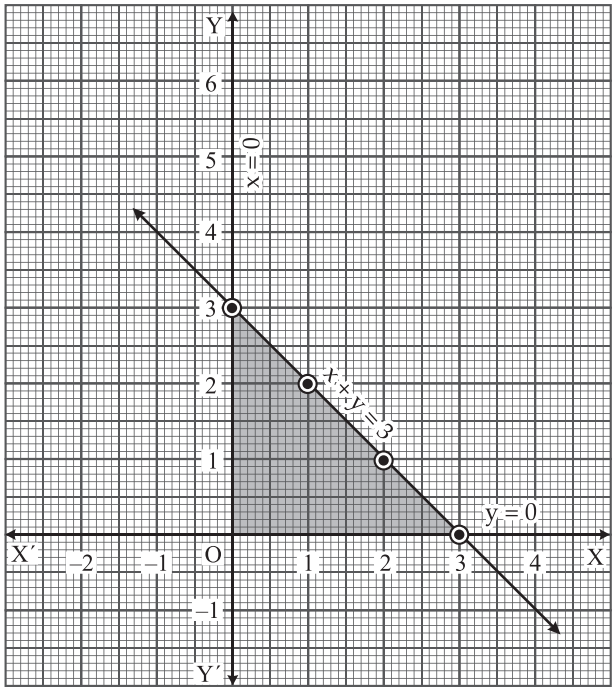
$y = 3 - x$

$x = 1, 2, 3$ रखने पर

$y = 2, 1, 0$ प्राप्त होंगे

इस प्रकार हमें निम्न तालिका प्राप्त होती है।

$x =$	1	2	3
$y =$	2	1	0



6. (i) $3y + 8 = 0$ ...(i)

या $0.x + 3y + 8 = 0$

$3y = -8$

$y = \frac{-8}{3}$

अत: समीकरण का हल $\left(0, \frac{-8}{3}\right)$ है।

पुन: $0.x + 3y - 8 = 0$

$x = 1$ लेने पर

$0.1 + 3y + 8 = 0$

$3y = -8$

$y = \frac{-8}{3}$

अत: समीकरण का हल $\left(1, \frac{-8}{3}\right)$ है।

अत: समीकरण (i) के दो हल $\left(0, \frac{-8}{3}\right)$ तथा $\left(1, \frac{-8}{3}\right)$ है।

(ii) $2x + 3y = 0$ ...(i)

$x = 0$ लेने पर

$2.0 + 3y = 0$

$3y = 0$

$y = 0$

अत: समीकरण का हल (0, 0) है।

पुन: $x = 1$ रखने पर

$2 \times 1 + 3y = 0$

$3y = -2$

$y = \frac{-2}{3}$

अत: समीकरण का हल $\left(1, \frac{-2}{3}\right)$ है।

अत: समीकरण (i) के दो हल (0, 0) तथा $\left(1, \frac{-2}{3}\right)$ है।

(iii) $4x + 3y = 12$ ...(i)

$x = 0$ रखने पर

$4 \times 0 + 3y = 12$

$3y = 12$

$y = 4$

समीकरण का हल (0, 4) है।

पुन: $x = 1$ लेने पर

$1 \times 4 + 3y = 12$

$3y = 12 - 4$

$3y = 8$

$y = \frac{8}{3}$

अत: समीकरण का हल $\left(1, \frac{8}{3}\right)$ है।

अत: समीकरण (i) के दो हल (0, 4) तथा $\left(1, \frac{8}{3}\right)$ हैं।

❑❑

5 यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय
(Introduction To Euclid's Geometry)

बहुविकल्पीय प्रश्न

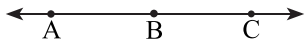
1. (A) **2.** (A) **3.** (B)
4. (C) **5.** (C) **6.** (A)
7. (A) **8.** (A) **9.** (C)
10. (D) **11.** (A) **12.** (B)
13. (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. एक बिन्दु की विमाएँ = 0
2. एक ठोस की विमाएँ = 3
3. एक सतह की विमाएँ = 2
4. समतलों की संख्या = 1
5. सतह की सीमाओं के नाम—लम्बाई, चौड़ाई
6. ठोस की सीमाओं के नाम—लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई
7. अभिग्रहीत

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. (i) अनन्त
(ii) अनन्त
(iii) नहीं
(iv) यदि तीन बिन्दु A, B और C एक रेखा में हैं



तब रेखाखण्ड का नाम $\Rightarrow \overline{AC}$

2. (i) बिन्दु A, बिन्दु B, बिन्दु C, बिन्दु D, बिन्दु Q और बिन्दु S.
(ii) रेखाखण्ड AB, रेखाखण्ड CD, रेखाखण्ड MN, रेखाखण्ड EF और रेखाखण्ड GH
(iii) $\overrightarrow{EP}, \overrightarrow{GR}, \overrightarrow{GB}, \overrightarrow{HD}$
(iv) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{PQ}, \overleftrightarrow{RS}$
(v) M, E, G, B.

3. (i) सत्य, (ii) असत्य, (iii) असत्य, (iv) असत्य, (v) सत्य, (vi) सत्य

4. पाठ्य-पुस्तक की पेज नं. 74 देखें

5. किरण xy, रेखाखण्ड xz के समान्तर होगी यदि $\angle yxz = 0°$ या $\angle yxz = 180°$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. हल सहित प्रश्न का लघु उत्तरीय प्रश्न-5 देखें

2. X, AC का मध्य बिन्दु है।
तब $AC = 2AX$
Y, BC का मध्य बिन्दु है।
तब $BC = 2CY$
और $AX = CY$ (दिया है)
$\Rightarrow$ $2AX = 2CY$
(समान वस्तुओं के दो गुने भी समान होते हैं)
$\Rightarrow$ $AC = BC$ (सिद्ध हुआ)

3. $BX = \frac{1}{2}AB$ (दिया है)
$BY = \frac{1}{2}BC$ (दिया है)
$AB = BC$ (दिया है)
$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC$
(समान वस्तुओं के आधे भी समान होते है)
$\Rightarrow$ $BX = BY$ (सिद्ध हुआ)

4. $\angle 1 = \angle 2$ (दिया है)
$\Rightarrow$ $\angle 2 = \angle 1$
$\Rightarrow$ $\angle 2 = \angle 3$ (दिया है)
$\Rightarrow$ $\angle 1 = \angle 3$
(वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के बराबर हो, एक-दूसरे के बराबर होती हैं)

5. $\angle 1 = \angle 3$ (दिया है)
$\angle 2 = \angle 4$ (दिया है)
$\Rightarrow$ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$
(यदि बराबरों को बराबरों में जोड़ा जाए, तो पूर्ण भी बराबर होता है)
$\Rightarrow$ $\angle A = \angle C$ **इति सिद्धम्।**

6. (i) दिया है, $AB = BC$ ...(i)

तथा बिन्दु M, रेखाखण्ड AB का मध्य बिन्दु है।

$\therefore \quad AM = MB = \frac{AB}{2}$ ...(ii)

अब बिन्दु N, रेखाखण्ड BC का मध्य बिन्दु है

$BN = NC = \frac{BC}{2}$ ...(iii)

अब यूक्लिड के अभिगृहीत 7 से,

एक ही वस्तुओं के आधे परस्पर बराबर होते हैं।

समीकरण (i) से

$AB = BC$

दोनों पक्षों में $\frac{1}{2}$ से गुणा करने पर

$\frac{AB}{2} = \frac{BC}{2}$

$\Rightarrow \quad AM = NC$ (समीकरण (ii) व (iii) से)

Proved.

(ii) दिया है, $BM = BN$

तथा बिन्दु M, रेखाखण्ड AB का मध्य बिन्दु है

$\therefore \quad AM = BM = \frac{1}{2}AB$

$\Rightarrow \quad 2AM = 2BM = AB$ ...(ii)

और बिन्दु N, रेखाखण्ड BC का मध्य बिन्दु है

$BN = NC = \frac{1}{2}BC$

$\Rightarrow \quad 2BN = 2NC = BC$

अब यूक्लिड के अभिगृहीत 6 से,

एक ही वस्तुओं के दुगुने परस्पर बराबर होते हैं।

समीकरण (i) से $BM \parallel BN$

दोनों पक्षों में 2 से गुणा करने पर

$2\,MB = 2\,BN$

$\Rightarrow \quad AB = BC$ (समीकरण (ii) व (iii) से)

Proved.

7. दिया है, $\angle ABC = \angle ACB$

$\angle 3 = \angle 4$

$\angle 4 = \angle 3$

यूक्लिड के अभिगृहीत (3) के अनुसार बराबरों में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं, अतः

$\angle ABC - \angle 4 = \angle ABC - \angle 3$

$\Rightarrow \quad \angle 1 = \angle 2$

अब $\Delta\, BCD$ में, चूँकि $\angle 1 = \angle DBC$ तथा $\angle 2 = \angle DCB$ आपस में बराबर हैं, अतः इनकी सम्मुख भुजाएँ क्रमशः DC तथा DB भी आपस में बराबर होगी,

अर्थात् $DC = DB$

या $DB = DC$ **इति सिद्धम्**

❑❑

6 रेखाएँ और कोण
(Lines and Angles)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (B) **2.** (C) **3.** (B)
4. (A) **5.** (D)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. l एक सरल रेखा है।

$\therefore \quad x° + 80° = 180°$ (रैखिक युग्म से)

$x = 180° - 80°$

$x = 100°$

और $y = 80°$ (शीर्षाभिमुख कोण हैं)

2. उदाहरण-3 देखे

3. $l \parallel m$, और t एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore \quad q = 60°$ (संगत कोण है)

m एक रेखा है।

$\therefore \quad x + q = 180°$ (रैखिक युग्म से)

$x + 60° = 180°$

$x = 180° - 60°$

$= 120°$

4. POQ एक सरल रेखा है।

$\therefore \quad (x - 1) + x + (x + 1) = 180$

$3x = 180$

$x = \frac{180}{3}$

$= 60$

$\therefore$ प्रथम कोण $\Rightarrow \quad x - 1 = 60 - 1$

$= 59°$

द्वितीय कोण $= x = 60°$

और तृतीय कोण $= x + 1 = 60 + 1$

$= 61°$

5. प्रश्नानुसार, $2x = y - 30°$

और $x + y = 180°$ (रैखिम युग्म से)

$2x + 2y = 360°$ (दोनो ओर 2 से गुणा करने पर)

$y - 30° + 2y = 360°$

$3y = 360° + 30°$

$3y = 390°$

$y = \frac{390°}{3}$

$y = 130°$

और $2x = y - 30°$

$= 130° - 30°$

$2x = 100°$

$x = \frac{100°}{2}$

$x = 50°$

$x = 50°$ और $y = 130°$

6. AB || CD,

$\angle ADC = \angle DAB$ (एकान्तर कोण है)

$\angle ADC = 57°$

या $\angle EDC = 57°$

ΔDEC में,

$\angle E + \angle D + \angle C = 180°$

(त्रिभुज के अन्त: कोणों को योग 180° होता है)

$P + 57° + 30° = 180°$

$P = 180° - 87°$

$P = 93°$

7. माना कि अभीष्ट कोण x है।

तब x का पूरक कोण $= 90 - x$

प्रश्नानुसार,

$x = 4(90° - x)$

$\Rightarrow \quad x = 360° - 4x$

$\Rightarrow \quad 5x = 360$

$\Rightarrow \quad x = 72°$

अत: अभीष्ट कोण $= 72°$

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. मित्रों की संख्या $= 5$

पिज्ज़ा के भाग की संख्या $= 5 + 1 = 6$

{एक मित्र को दो भाग मिलेंगे}

प्रत्येक पिज्ज़ा के भाग का कोण $= \frac{360°}{6} = 60°$

2. $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$

$= 90° - \frac{1}{2} \times 60°$

$= 90° - 30°$

$= 60°$

3. $\angle ABC = 70°$ (अन्त: कोण)

$\Rightarrow \quad \angle PBC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

$\angle B = 110°$ (बाह्य कोण)

$\Rightarrow \quad \angle OBC = \frac{1}{2} \times 110° = 55°$

$\therefore \quad \angle PBO = \angle PBC + \angle OBC$

$= 35° + 55° = 90°$

$\angle BOC = 90 - \frac{1}{2}\angle A$

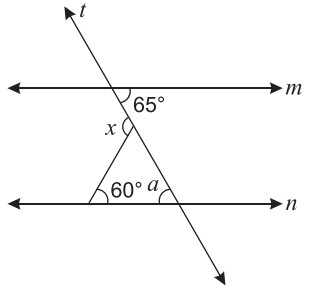
$= 90 - \frac{1}{2} \times 60 = 90 - 30 = 60°$

$\angle BPC = 90 + \frac{1}{2}\angle A$

$= 90 + \frac{1}{2} \times 60 = 90 + 30 = 120°$

$\angle BOC + \angle BPC = 60° + 120° = 180°$

4. $m \parallel n$, $a° = 65$ (एकान्तर कोण है)



$x° = 60° + a°$ (वहिष्कोण प्रमेय से)

$= 60° + 65°$

$x = 125°$

5. माना दोनो समान कोण $= x°, x°$

तब $x° + x° = 103$ (वहिष्कोण प्रमेय से)

$2x° = 103$

$x° = \frac{103}{2} = \left(51\frac{1}{2}\right)°$

समान कोण $= \left(51\frac{1}{2}\right)°$

6. पाठ्य पुस्तक का पेज-89, प्रमेय-2 देखें

7. AB || CD,

$\angle CDB + \angle ABD = 180°$ (अन्त: क्रमागत कोण है)

$100° + \angle ABD = 180°$

$\angle ABD = 180° - 100°$

$\angle ABD = 80°$

EF || BD, $\angle AEF = \angle ABD$ (संगत कोण है)

$\angle AEF = 80°$

8. $l \parallel m$, $\angle O = 82°$ (एकान्तर कोण है)

$x + 40° = 82°$ (वहिष्कोण प्रमेय से)

$x = 82° - 40°$

$x = 42°$

9. माना कि अभीष्ट कोण क्रमश: a तथा b हैं।

तब प्रश्नानुसार $a - b = 60°$ ...(i)

सम्पूरक कोणों की परिभाषा में

$a + b = 180°$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर

$2a = 240°$

$\Rightarrow \quad a = 120°$

a का मान समीकरण (i) में रखने पर

$120° - b = 60°$

$-b = -60°$

$\Rightarrow \quad b = 60°$

अत: अभीष्ट कोण 120° तथा 60° हैं।

10. (i) चित्र से $\angle 1$ एवं $\angle 3$ शीर्षाभिमुख कोण हैं, अत: $\angle 1 = \angle 3$

तथा $\angle 3$ एवं $\angle 8$ संगत कोण हैं

अत: $\angle 3 = \angle 8$

$\therefore \quad \angle 1 = \angle 8$

या $\angle 8 = 60°$ ($\because \angle 1 = 60°$)

पुन: चूँकि $\angle 5$ एवं $\angle 8$ एक रैखिक युग्म बनाते हैं

$\therefore \quad \angle 5 + \angle 8 = 180°$

$\Rightarrow \quad \angle 5 = 180° - \angle 8$

$= 180° - 60° = 120°$

अत: $\angle 5 = 120°$ तथा $\angle 8 = 60°$ **उत्तर**

(ii) दिया, $\angle 3 = 65°$ तथा $\angle 7 = 110°$

$\because \angle 3$ तथा $\angle 4$ एक रैखिक युग्म बनाते है

$\therefore \quad \angle 3 + \angle 4 = 180°$

$\Rightarrow \quad \angle 4 = 180° - \angle 3$

$= 180° - 65° = 115°$

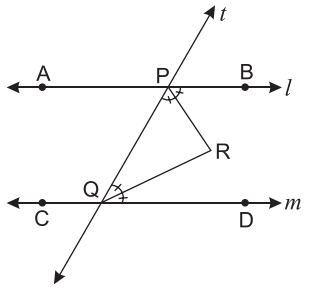
स्पष्ट है कि $\angle 4 \neq \angle 7$

$\because$ संगत कोण-युग्म $\angle 4$, $\angle 7$ के कोण बराबर नहीं है।

अत: रेखाएँ m एवं n समान्तर नहीं हैं। **Proved.**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. **दिया है :** $l \parallel m$, और एक तिर्यक रेखा t, जोकि l और m को P और Q पर काटती है।



$\angle P$ का अर्धक PR, और $\angle Q$ का अर्धक QR है।

सिद्ध करना है : $\angle PRQ = 90°$

उपपत्ति : $l \parallel m$, $\angle PQC + \angle QPB = 180°$

(अन्त: क्रमागत कोण है)

$$\frac{1}{2}\angle PQC + \frac{1}{2}\angle QPB = 180 \times \frac{1}{2}$$

$$\angle PQR + \angle QPR = 90$$

ΔPQR में,

$$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180$$
$$90 + \angle PRQ = 180$$
$$\angle PRQ = 180 - 90$$
$$\angle PRQ = 90°$$

अत: सिद्ध होता है कि तिर्यक रेखा के एक ही और बने अन्त: कोणों के अर्धक समकोण पर मिलते है।

2. NCERT FOLDER Ex-6.2 प्रश्न-6 देखें

3. ΔABC में, $\angle B = 65°, \angle C = 30°$

$\Rightarrow$ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

[त्रिभुज के तीनों अन्त: कोणों का योग 180° होता है]

$\Rightarrow$ $\angle A + 65° + 30° = 180°$

$$\angle A = 180° - 95°$$
$$\angle A = 85°$$

AE, $\angle A$ का समद्विभाजक है।

$$\angle BAE = \angle CAE = \frac{1}{2}\angle A$$

$$= \frac{1}{2} \times 85° = 42.5°$$

ΔAEC में,

$$\angle AED = \angle EAC + \angle ECA \text{ (वहिष्कोण प्रमेय से)}$$
$$= 42.5° + 30°$$
$$= 72.5°$$

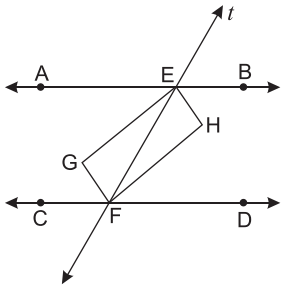
ΔADE में, $\angle ADE = 90°$ [$AD \perp BC$]

और $\angle EAD + \angle ADE + \angle AED = 180°$

[Δ के तीनों कोणों का योग 180° होता है]

$$\angle EAD + 90° + 72.5° = 180°$$
$$\angle EAD = 180° - 162.5°$$
$$\angle EAD = 17.5°$$

4. दिया है : AB || CD और एक तिर्यक रेखा t उन्हे E और F पर काटती है। EG, FG, EH और FH क्रमश: $\angle AEF$, $\angle CFE$, $\angle BEF$ और $\angle EFD$ के अन्त: कोणों के अर्धक है।



सिद्ध करना हैं : EGFH एक आयत है।

उपपत्ति: AB || CD और t एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore$ $\angle AEF = \angle EFD$ [अन्त: एकान्तर कोण है]

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\angle AEF = \frac{1}{2}\angle EFD$

$\Rightarrow$ $\angle GEF = \angle EFH$

लेकिन ये अन्त: एकान्तर कोण बन जाते हैं जब तिर्यक रेखा t, EG और FH को काटती है।

$\therefore$ EG || FH इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते है कि EH || FG

$\therefore$ EGFH एक समान्तर चतुर्भुज है।

अब AB एक सरल रेखा है।

$\therefore$ $\angle AEF + \angle BEF = 180°$ (रैखिक युग्म से)

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\angle AEF + \frac{1}{2}\angle BEF = \frac{1}{2} \times 180°$

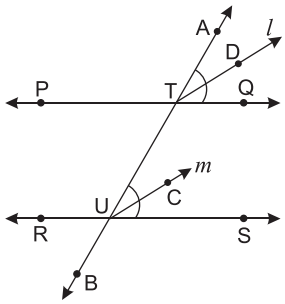
$\Rightarrow$ $\angle GEF + \angle HEF = 90°$

$\Rightarrow$ $\angle GEH = 90°$

इस प्रकार, समान्तर चतुर्भुज EGFH जिसका एक कोण 90° है।

अत: EGFH एक आयत होगा। (इस प्रकार सिद्ध हुआ)

5. दिया है : $l \parallel m$ और l तथा m क्रमश: $\angle ATQ$ और $\angle TUS$ के समद्विभाजक हैं।



सिद्ध करना है : PQ || RS

उपपत्ति : $l \parallel m \Rightarrow$ TD || UC, एक तिर्यक रेखा AB द्वारा काटी जा रही है।

$\therefore$ $\angle ATD = \angle TUC$

$$\left\{\angle ATD = \angle DTQ = \frac{1}{2}\angle ATQ\right\}$$
$$\left\{\angle TUC = \angle CUS = \frac{1}{2}\angle TUS\right\}$$

$\Rightarrow \quad 2\angle ATD = 2\angle TUC$

$\Rightarrow \quad \angle ATQ = \angle TUS$

$\angle ATQ$ और $\angle TUS$ संगत कोण है जब तिर्यक रेखा AB, PQ और RS को T और U पर काटती है।

$\therefore \quad PQ \parallel RS$ (संगत कोण के विलोम से)

6. चित्र से, $\angle AOC$ तथा $\angle BOD$ शीर्षाभिमुख कोण हैं।

$\therefore \quad \angle AOC = \angle BOD$

$\Rightarrow \quad m = 50°$ [दिया है $\angle BOD = 50°$]

चूँकि AB एक रेखा है

$\therefore \angle AOC + \angle COE + \angle EOB = 180°$

$\Rightarrow \quad m + y + x = 180°$

$\Rightarrow \quad x + y = 180° - m$

$\Rightarrow \quad = 180° - 50° = 130°$

$\Rightarrow \quad x + y = 130$ ...(i)

दिया है $y - x = 50$ ...(ii)

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$(x + y) + (y - x) = 130 + 50$

$\Rightarrow \quad 2y = 180°$

$\Rightarrow \quad y = 90°$

y का मान समीकरण (i) में रखने पर

$x + 90 = 130°$

$\Rightarrow \quad x = 40°$

चित्र से

$\angle AOF = \angle EOB$ [शीर्षाभिमुख कोण]

$\Rightarrow \quad z = x = 40°$

तथा $\angle FOD = \angle CDE$ [शीर्षाभिमुख कोण]

$\Rightarrow \quad n = y = 90°$

अत: $x = z = 40°$, $y = n = 90°$ तथा $m = 50°$

7. माना कि $2\angle A = 4\angle B = 12\angle C = x$

तब $\angle A = \frac{1}{2}x$, $\angle B = \frac{1}{4}x$ तथा $\angle C = \frac{1}{12}x$

किन्तु $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

इसलिए, $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{12}x = 180°$

$\Rightarrow \quad \left(\frac{6+3+1}{12}\right)x = 180°$

$\Rightarrow \quad \frac{10}{12}x = 180°$

$\Rightarrow \quad \frac{x}{12} = 18°$

$\Rightarrow \quad x = 216°$

$\therefore \quad \angle A = \frac{1}{2}.216° = 108°$

$\angle B = \frac{1}{4}.216° = 54°$

तथा $\angle C = \frac{1}{12}.216° = 18°$

अत: $\angle A = 108°$, $\angle B = 54°$ तथा $\angle C = 18°$

8. दिया है,

$\angle A + \angle B = 84°$ ...(i)

$\angle B + \angle C = 146°$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर,

$\angle A + \angle B + \angle B + \angle C = 84° + 146°$

$(\angle A + \angle B + \angle C) + \angle B = 230°$

$\Rightarrow \quad 180° + \angle B = 230°$

$\Rightarrow \quad \angle B = 230° - 180° = 50°$

$\Rightarrow \quad \angle B = 50°$

$\angle B$ का मान समीकरण (i) में रखने पर,

$\Rightarrow \quad \angle A + 50° = 84°$

$\Rightarrow \quad \angle A = 84° - 50°$

$\angle A = 34°$

$\angle B$ का मान समीकरण (ii) में रखने पर,

$50° + \angle C = 146°$

$\Rightarrow \quad \angle C = 146° - 50°$

$\Rightarrow \quad \angle C = 96°$

अत: $\angle A = 34°$, $\angle B = 50°$, $\angle C = 96°$

❑❑

7

त्रिभुज
(Triangle)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (B) **2.** (B) **3.** (A)
4. (B) **5.** (A) **6.** (A)
7. (A)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. **(i) उपपत्ति:** ΔAOB और ΔCOD में

$AO = OD$ (दिया है)

$\angle AOB = \angle DOC$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$BO = CO$ (दिया है)

$\therefore \quad \Delta AOB \cong \Delta DOC$ (SAS सर्वांगसमता से)

$\therefore \quad AB = CD$ (CPCT से)

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते है कि

$AC = BD$

(ii) उपपत्ति: $\Delta AOB \cong \Delta DOC$ (सिद्ध कर चुके है)

$\therefore \quad \angle ABO = \angle DCO$ (CPCT से)

$\Rightarrow \quad \angle ABC = \angle DCB$

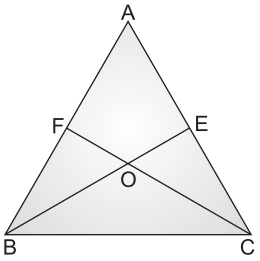
$\Rightarrow \quad \angle CBA = \angle BCD$

$\Rightarrow \quad \angle BCD = \angle CBA$

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते है।

$\angle DAC = \angle ADB$

2. **उपपत्ति:**



$\Rightarrow$ BE, माध्यिका है।

तब E, AC का मध्य बिन्दु होगा इसलिए

$2EC = AC$

$\Rightarrow$ इसी प्रकार,

$2BF = AB$

अब $BO : OE = 2 : 1$ और $CO : OF = 2 : 1$

$BO = \frac{2}{3}BE$ और $CO = \frac{2}{3}CF$

$OE = \frac{1}{3}BE$ और $OF = \frac{1}{3}CF$

लेकिन $BE = CF$ (दिया है)

$\therefore \quad OB = OC$

और $OF = OE$

तथा $\angle BOF = \angle COE$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\therefore \quad \Delta BOF \cong \Delta COE$ (SAS सर्वांगसमता से)

$BF = CE$ (C.P.C.T. से)

$\Rightarrow \quad 2BF = 2CE$

$\Rightarrow \quad AB = AC$

अत: ΔABC, एक समद्विबाहु Δ है।

3. **उपपत्ति:** ΔSTR एक समबाहु Δ है।

$\therefore \quad \angle TSR = \angle TRQ$ ...(i)

{समबाहु Δ के सभी कोण समान होते है}

PQRS एक वर्ग है।

$\therefore \quad \angle PSR = \angle QRS$ ...(ii)

{वर्ग के सभी कोण समान होते है}

समीकरण (i) व समीकरण (ii) को जोड़ने पर

$\angle TSR + \angle PSR = \angle TRQ + \angle QRS$

$\Rightarrow \quad \angle TSP = \angle TRQ$ ...(iii)

ΔTSP और ΔTRQ में,

$TS = TR$ (समबाहु Δ की भुजाएँ है)

$\angle TSP = \angle TRQ$ (सिद्ध कर चुके है)

$SP = RQ$ (वर्ग की भुजाएँ है)

$\therefore \quad \Delta TSP \cong \Delta TRQ$ (S.A.S. सर्वांगसमता से)

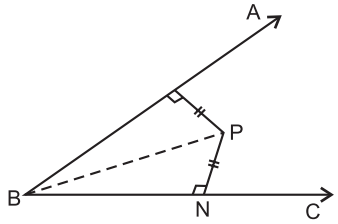
$\Rightarrow \quad PT = QT$ (C.P.C.T. से)

(ii) $\angle QRT = \angle QRS + \angle TSR$

$= 90° + 60°$

$= 150°$

4. रचना : B तथा P को मिलाया।



उपपत्ति: ΔPMB तथा ΔPNB में

$PM = PN$ (दिया है)

$\angle PMB = \angle PNB = 90°$

$PB = PB$ (उभयनिष्ठ)

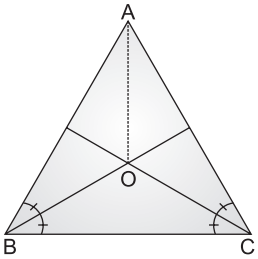
$\therefore$ $\Delta PMB \cong \Delta PNB$ (RHS सर्वांगसमता से)

$\Rightarrow$ $\angle PBM = \angle PBN$ (CPCT नियम से)

अत: BP, $\angle ABC$ को समद्विभाजित करता है।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. उपपत्ति: ΔABC, समद्विबाहु Δ है।



और $AB = AC$

$\Rightarrow$ $\angle B = \angle C$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle C$

$\Rightarrow$ $\angle OBC = \angle OCB$ ...(i)

$\Rightarrow$ $\angle OBA = \angle OCA$ ...(ii)

ΔOBC में,

$\angle OBC = \angle OCB$ {समीकरण (i) से}

$\therefore$ $OC = OB$

{समान कोण की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती है}

$\Rightarrow$ $OB = OC$

अब ΔAOB और ΔAOC में

$AB = AC$ (दिया है)

$\angle OBA = \angle OCA$ [समीकरण (ii) से]

$OB = OC$ (सिद्ध कर चुके है)

$\therefore$ $\Delta AOB \cong \Delta AOC$ (SAS सर्वांगसमता से)

$\therefore$ $\angle BAO = \angle CAO$ (C.P.C.T. से)

अत: AO, $\angle BAC$ का समद्विभाजक है।

2. अभ्यास प्रश्न (Solved) लघु उत्तरीय प्रश्न-1 देखें

4. उपपत्ति: $AC \perp CD \Rightarrow \angle ACD = 90$

$AB \perp BD \Rightarrow \angle ABD = 90$

$\Rightarrow$ $\angle ACD = \angle ABD$

$\Rightarrow$ $\angle 1 + \angle BCD = \angle 2 + \angle CBD$

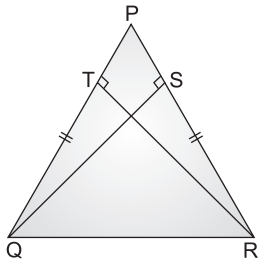
$\Rightarrow$ $\angle BCD = \angle CBD$ $\{\angle 1 = \angle 2\}$

अब ΔBCD में,

$\angle BCD = \angle CBD$

$\therefore$ $BD = CD$ {समान कोण की सम्मुख भुजाएँ है}

5. उपपत्ति:



ΔPQS और ΔPRT में,

$\angle P = \angle P$ (उभयनिष्ठ है)

$\angle S = \angle T$ (प्रत्येक 90°)

$\angle Q = \angle R$ (Δ का तीसरा कोण है)

$PQ = PR$ (दिया है)

$\therefore$ $\Delta PRT \cong \Delta PSQ$ (ASA सर्वांगसमता से)

6. उपपत्ति: ΔABD और ΔFEC में

$AB = EF$ (दिया है)

$\angle ABD = \angle FEC$ (प्रत्येक 90°, $AB \perp BD$, $FE \perp CE$)

$BD = EF$ $\left\{\begin{array}{c} BC = DE \Rightarrow BC + CD = DE + CD \\ \Rightarrow BD = EC \end{array}\right\}$

$\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta FEC$ (SAS सर्वांगसमता से)

7. ΔABC में, $AB = AC$

$\therefore$ $\angle ABC = \angle ACB = x°$ (माना)

$\Rightarrow$ BCD एक सरल रेखा है।

$\therefore$ $\angle ACB + \angle ACD = 180°$ (रैखिक युग्म से)

$x + 115° = 180°$

$x = 180° - 115°$

$= 65°$

$\Rightarrow$ $\angle ABC = \angle ACB = x = 65°$

अब $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ (वहिष्कोण प्रमेय से)

$\angle BAC + 65° = 115°$

$\angle BAC = 115° - 65°$

$= 50°$

$\angle BAC = 50°$

8. दिया है, $BF = EC$

$\Rightarrow$ $BF + FC = EC + FC$

(दोनों पक्षों में FC जोड़ने पर)

$BC = EF$ ...(i) (चित्र से)

ΔABC और ΔDEF में,

$\angle BAC = \angle EDF$ (प्रत्येक 90°)

$BC = EF$ [समीकरण (i) से]

$BA = ED$ (दिया है)

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (RHS सर्वांगसमता नियम से)

इति सिद्धम्

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. ΔABC की भुजा BC के बराबर, ΔPQR की भुजा PR होनी चाहिए।

कारण : ΔABC और ΔPQR में

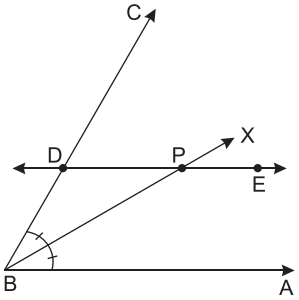
$\angle A = \angle Q$

$\angle B = \angle R$

$\Rightarrow$ $\angle C = \angle P$

अत: ΔABC की भुजा BC के संगत ΔPQR की भुजा PR होगी।

2. दिया है : $\angle ABC$ का कोण समद्विभाजक BX है।



BX पर कोई बिन्दु P है और रेखा DE, जो P से होकर जाती है। BA के समान्तर है।

सिद्ध करना है : ΔBPQ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

अर्थात्, $\angle DBP = \angle DPB$

उपपत्ति: BP, $\angle ABC$ एक समद्विभाजक है।

$\therefore$ $\angle CBP = \angle ABP$

$\Rightarrow$ $\angle DBP = \angle PBA$ ...(i)

चूँकि DE || BA और BP एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore$ $\angle DPB = \angle PBA$ ...(ii) (एकान्तर कोण है)

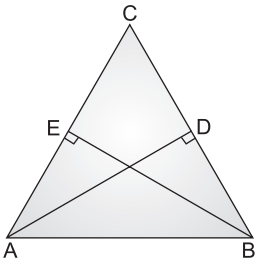
सम्बन्ध (i) व (ii) से

$\angle DBP = \angle DPB$

$\Rightarrow$ $DP = DB$

अर्थात् ΔBPQ एक समद्विबाहु Δ है। **इति सिद्धम्**

3. दिया है : एक समद्विबाहु ΔABC, जिसमे $AC = BC$ और $AD \perp BC$, $BE \perp AC$।



सिद्ध करना है : $AE = BD$

उपपत्ति: ΔAEB और ΔBDA में,

$AB = BA$ (उभयनिष्ठ)

$\angle EAB = \angle DBA$

(समान भुजाओं के सम्मुख कोण है)

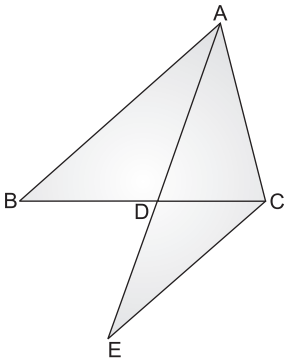
$\angle ABE = \angle BAD$ { Δ का तीसरा कोण है। / दो कोण आपस में बराबर है }

$\therefore$ $\Delta AEB \cong \Delta BDA$ (A.S.A. सर्वांगसमता से)

$\Rightarrow$ $AE = BD$ (CPCT से)

4. दिया है : ΔABC में, D भुजा BC का मध्य बिन्दु है।

AD को E तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $AD = DE$।



सिद्ध करना :

(i) $\Delta ABD \cong \Delta ECD$

(ii) $AB \parallel EC$

उपपत्ति: (i) ΔABD और ΔECD में,

$AD = DE$ (दिया है)

$\angle ADB = \angle EDC$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$BD = CD$ (D, BC का मध्य बिन्दु है)

$\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta ECD$ (SAS सर्वांगसमता से)

इति सिद्धम्।

(ii) $\Delta ABD \cong \Delta ECD$

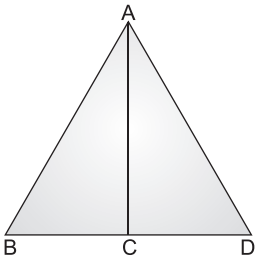
$\therefore$ $\angle ABD = \angle ECD$ (C.P.C.T. से)

जोकि एकान्तर कोण है।

$\therefore$ $AB \parallel EC$ (एकान्तर कोण के विलोम से)

इति सिद्धम्।

5. दिया है : ΔABD में, AB = AD तथा AC, BD को समद्विभाजित करती है। अर्थात् BC = CD



सिद्ध करना है :

$\Delta ABC \cong \Delta ADC$

उपपत्ति: ΔABC और ΔADC में,

AB = AD (दिया है)

BC = DC (दिया है)

AC = AC (उभयनिष्ठ)

∴ $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ (SSS सर्वांगसमता से)

इति सिद्धम्

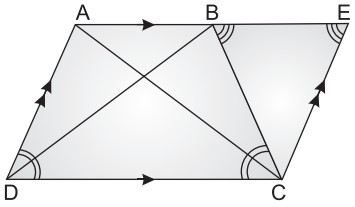
6. हल सहित अभ्यास प्रश्न-लघु उत्तरीय प्रश्न-4 देखें

7. प्रश्न संख्या-4 की तरह हल करें।

8. दिया है : AB || DC

और $\angle C = \angle D$

सिद्ध करना है : (i) AD = BC (ii) AC = BD



रचना : AB को E तक बढ़ाया और CE || DA खींची।

उपपत्ति : AB || DC ⇒ AE || DC

और CE || DA

∴ ADCF एक समान्तर चतुर्भुज हुआ

$\angle ADC = \angle AEC$ ...(i) (सम्मुख कोण है)

$\angle ADC = \angle BCD$ ...(ii) (दिया है)

$\angle BCD = \angle CBE$ ...(iii) (एकान्तर कोण है)

सम्बन्ध (i), (ii) और (iii) से

$\angle CBE = \angle CEB$

अब ΔBCE में, $\angle CBE = \angle CEP$

⇒ BC = CE {समान कोण के सम्मुख भुजाएँ है}

लेकिन, AD = CE

(समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ है)

∴ AD = BC **इति सिद्धम्**

(ii) अब ΔADC और ΔBCD में

AD = BC (सिद्ध कर चुके हैं)

$\angle D = \angle C$ (दिया है)

DC = CD (उभयनिष्ठ है)

∴ $\Delta ADC \cong \Delta BCD$ (SAS सर्वांगसमता से)

∴ AC = BD (C.P.C.T. से) **इति सिद्धम्।**

9. ΔABC में, $AB = AC$

$\angle C = \angle B$ ....(i)

या $\angle 3 = \angle 4$

(∵ त्रिभुज के समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।)

अब $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

(∵ त्रिभुज में अन्त: कोणों का योग 180° होता है।)

⇒ $90^\circ + \angle B + \angle B = 180^\circ$

(∵ $\angle A = 90^\circ$ तथा $\angle C = \angle B$)

⇒ $2\angle B = 90^\circ$

⇒ $\angle B = 45^\circ$

∴ $\angle B = \angle C = 45^\circ$

∴ $\angle 3 = \angle 4 = \angle 45^\circ$

तथा AD, $\angle BAC = 90^\circ$ का समद्विभाजक है,

अत: $\angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$

अब ΔABD में, $\angle 1 = \angle 3$

$BD = AD$ ...(ii)

∴ ΔACD में, $\angle 2 = \angle 4$ ...(iii)

$CD = AD$

समीकरण (ii) व (iii) को जोड़ने पर,

$BD + CD = 2AD$

या $BC = 2AD$ **इति सिद्धम्**

❑❑

8 चतुर्भुज (Quadrilateral)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (C) **2.** (A) **3.** (C)
4. (B) **5.** (A) **6.** (A)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. $AC = 2OA = 2 \times 3 = 6$ cm $BD = 2OD = 2 \times 2 = 4$ cm

2. नहीं, यह कथन सत्य नहीं है। विकर्ण एक दूसरे को अर्धित करते है।

3. $\Rightarrow 110° + 80° + 70° + 95°$

$\Rightarrow 355° \neq 360°$

नहीं, दिये हुए कोण किसी चतुर्भुज के कोण नहीं हो सकते क्योंकि इन कोणों का योग 360° नहीं है।

4. समलम्ब

5. आयत

6. नहीं, यह कथन सत्य नहीं है। लम्ब होना अनिवार्य नहीं है।

7. नहीं, किसी चतुर्भुज के सभी कोण अधिककोण नहीं हो सकते हैं।

कारण : माना चतुर्भुज ABCD में

$\angle A > 90°, \angle B > 90°, \angle C > 90°$ और $\angle D > 90°$

तब $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D > 90 + 90 + 90 + 90$

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D > 360$

लेकिन, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360$ (सदैव)

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. माना अन्य तीनो कोणों का मान $x°, x°$ और $x°$ है।

तब $108° + x° + x° + x° = 360°$ {चतुर्भुज कोण योग नियम से}

$3x° = 360° - 108°$

$3x° = 252°$

$x° = \frac{252°}{3}$

$x° = 84°$

अत: तीनो बराबर कोण $= 84°, 84°, 84°$

2. समलम्ब ABCD में AB || DC

$\therefore \quad \angle A + \angle D = 180°$

$45° + \angle D = 180°$

$\angle D = 180° - 45°$

$= 135°$

और $\angle B + \angle C = 180°$

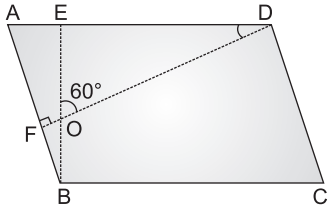
$45° + \angle C = 180°$

$\angle C = 180° - 45°$

$\angle C = 135°$

3. $BE \perp AD, DF \perp AB$

$\angle EOD = 60°$



अब ΔEOD में

$\angle EOD + \angle ODE + \angle OED = 180°$ {त्रिभुज के कोण योग नियम से}

$60° + \angle ODE + 90° = 180°$

$\angle ODE = 180° - 150°$

$\angle ODE = 30°$

$\Rightarrow \quad \angle ADF = 30°$

ΔAFD में,

$\angle A + \angle F + \angle D = 180°$ {त्रिभुज के कोण योग नियम से}

$\angle A + 90° + 30° = 180°$

$\angle A = 180° - 120°$

$\angle A = 60°$

$\angle A + \angle B = 180°$ {क्रमागत कोण है}

$60° + \angle B = 180°$

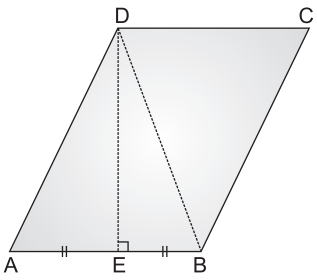
$\angle B = 180° - 60°$

$\angle B = 120°$

$\Rightarrow \quad \angle C = \angle A = 60°$

$\Rightarrow \quad \angle D = \angle B = 120°$ {सम्मुख कोण है, सम्मुख कोण है}

4. $DE \perp AB$.



$\therefore \quad \angle DEB = \angle DEA = 90°$

ΔADE और ΔBDE में,

$AE = EB$ (दिया है)

$DE = DE$ (उभयनिष्ठ)

$\angle DEA = \angle DEB$ ($DE \perp AB$)

$\therefore \quad \Delta ADE \cong \Delta BDE$ (SAS सर्वांगसमता से)

$\Rightarrow \quad AD = BD$ (C.P.C.T. से)

लेकिन $AD = AB$ (समचतुर्भुज की भुजाएँ है)

$\therefore \quad AD = BD = AB$

अर्थात् ΔABD, समबाहु Δ है।

$\therefore \quad \angle ABD = \angle BAD = \angle ADB = 60°$

$\square ABCD$ में,

$\angle A + \angle B = 180°$ (क्रमागत कोण है)

$60 + \angle B = 180°$

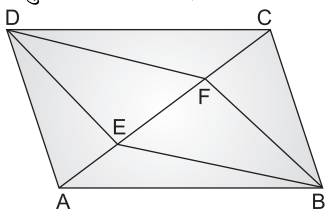
$\angle B = 180° - 60°$

$\angle B = 120°$

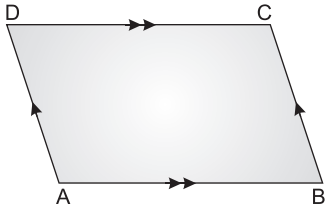
$\Rightarrow \quad \angle C = \angle A = 60°$ {सम्मुख कोण है}

$\Rightarrow \quad \angle D = \angle B = 120°$ {सम्मुख कोण है}

5. हल सहित प्रश्न, लघुउत्तरीय प्रश्न-4 देखें



6. **उपपत्ति:** समान्तर चतुर्भुज ABCD में $AB \parallel DC$ और $AD \parallel BC$



अब $AD \parallel BC$ और AB एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore \quad \angle DAB + \angle CBA = 180°$ (अन्त: क्रमागत कोण है)

$\Rightarrow \quad \angle A + \angle B = 180°$

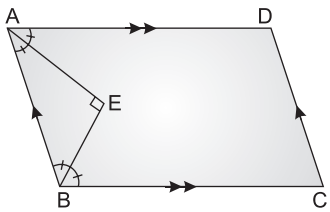
इसी प्रकार,

$\angle B + \angle C = \angle C + \angle D$

$= \angle D + \angle A$

$= 180°$ **इति सिद्धम्।**

7. **उपपत्ति:**



$\Rightarrow$ BE, $\angle ABC$ का समद्विभाजक है।

$\therefore \quad \angle ABE = \angle CBE = \frac{1}{2}\angle ABC$ ...(i)

$\Rightarrow$ AE, $\angle BAD$ का समद्विभाजक है।

$\therefore \quad \angle BAE = \angle DAE = \frac{1}{2}\angle BAC$ ...(ii)

समान्तर $\square ABCD$ में,

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$ (क्रमागत कोण हैं)

$\frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2} \times 180°$

$\angle ABE + \angle BAE = 90°$ (सम्बन्ध (i) और (ii) से)

अब ΔABE में,

$\angle ABE + \angle BAE + \angle AEB = 180°$

{त्रिभुज के कोण योग नियम से}

$90° + \angle AEB = 180°$

$\angle AEB = 180° - 90°$

$\angle AEB = 90°$

अत: समान्तर चतुर्भुज के किन्हीं दो क्रमागत कोणों के समद्विभाजक एक-दूसरे को समकोण पर काटते हैं। **इति सिद्धम्**

8. **ज्ञात है :** $PQRS$ एक समान्तर चतुर्भुज है। रेखाखण्ड PX तथा RY क्रमश: P तथा R को समद्विभाजित करती है।

सिद्ध करना है : $PX \parallel RY$

उपपत्ति: $\because$ समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

अत: $\angle P = \angle R$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\angle P = \frac{1}{2}\angle R$

$\Rightarrow \quad \angle 1 = \angle 4$ ...(i)

ΔPSX तथा ΔRQY से

$\angle 1 = \angle 4$ [समीकरण (i) से]

$PS = QR$

[समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ]

$\angle S = \angle Q$ [समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण]

अत: ASA सर्वांगसमता से,

$\Delta PSX \cong \Delta RQY$

$\therefore \quad \angle 5 = \angle 6$ ...(ii)

पुन: $\angle RXP = 180° - \angle 5$ ...(iii)

तथा $\angle RYP = 180° - \angle 6$ ...(iv)

अत: समीकरण (ii), (iii) व (iv) से

$\angle RXP = \angle RYP$ ...(v)

चतुर्भुज $PXRY$ में,

$\angle 2 = \angle 3$ [$\angle P$ व $\angle R$ के आधे] ...(vi)

समीकरण (v) व (vi) से

$PXRY$ एक समान्तर चतुर्भुज है। [$\because$ सम्मुख कोण समान है]

अतः $PX = RY$ **इति सिद्धम्**

9. दिया है : $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

P भुजा AB का मध्यबिन्दु है।

Q भुजा DC का मध्यबिन्दु है।

सिद्ध करना है— $AE = EF = FC$

उपपत्ति : $\because$ $PB = \frac{1}{2}AB$ [$\because$ P, AB का मध्य बिन्दु है]

$DQ = \frac{1}{2}DC$ [$\because$ Q, DC का मध्य बिन्दु है]

$\therefore$ $PB = DQ$

[$\because$ $AB = DC$; समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ]

तथा $PB \parallel DQ$ [$\because$ $AB \parallel DC$]

$\therefore$ $DPBQ$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

$\Rightarrow$ $DP \parallel QB$

[समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ]

ΔABF में,

P भुजा AB का मध्य बिन्दु है। (दिया है)

$PE \parallel BF$ [$\because$ $DE \parallel QB$]

$\therefore$ PE, AF को समद्विभाजित करता है।

$\therefore$ $AE = EF$

[मध्य बिन्दु प्रमेय का विलोम] ...(i)

इसी प्रकार ΔCDE में,

QF, भुजा CE को समद्विभाजित करता हैं।

$\therefore$ $EF = FC$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$\therefore$ $AE = EF = FC$ **इति सिद्धम्**

10. AC को मिलाया जो EF को बिन्दु G पर काटती है। ΔADC में ज्ञात है कि E, भुजा AD पर मध्य बिन्दु है तथा EG, भुजा DC के समान्तर है।

$\therefore$ G, भुजा AC का मध्य बिन्दु है।

इस प्रकार ΔADC में E तथा F क्रमशः भुजाओं AD तथा AC के मध्य-बिन्दु है।

$\therefore$ $EG = \frac{1}{2}DC$ ...(i)

अब $ABCD$ एक सबलम्ब है जिसमें AB एवं DC एक दूसरे के समान्तर हैं।

परन्तु EF और DC एक दूसरे के समान्तर हैं

$\therefore$ EF और AB एक दूसरे के समान्तर है।

या GF एवं AB एक दूसरे के समान्तर है।

इस प्रकार ΔABC में G भुजा AC का मध्य बिन्दु है तथा GB भुजा AB के समांतर है।

F, भुजा BC का मध्य बिन्दु है। ...(B)

अब कथन (A) तथा (B) से स्पष्ट है कि ABC में G तथा F क्रमशः भुजाओं AC तथा BC के मध्य बिन्दु है।

$\therefore$ $GF = \frac{1}{2}AB$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर

$$EG + GF = \frac{1}{2}DC + \frac{1}{2}AB$$

या $$EF = \frac{1}{2}(DC + AB)$$

या $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$ **इति सिद्धम्**

11. $DP \parallel BF$ खींचते हैं। ΔCBF में, $DP \parallel BF$ तथा D, CB का मध्य-बिन्दु है।

$\therefore$ P, CF का मध्य-बिन्दु हैं। [मध्य-बिन्दु प्रमेय से]

$CP = FP$ ...(i)

पुनः ΔADP में,

$EF \parallel DP$ और E, AD का मध्य-बिन्दु हैं।

$\therefore$ F, AP का मध्य-बिन्दु है।

$AF = FP$ ...(ii)

समीकरण (i) और (ii) से,

$AF = FP = CP$

$\therefore$ $AC = AF + FP + PC$

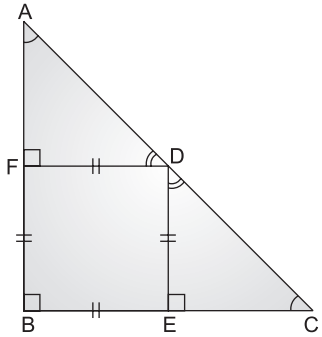
$AC = AF + AF + AF$

$AC = 3AF$

$\therefore$ $AF = \frac{1}{3}AC$ **Proved.**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. दिया है : एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज ABC, जिसमें AB = BC, और $\angle$ABC = 90° इसके अंतर्गत एक वर्ग BEDF है।



सिद्ध करना है : वर्ग BEDF का शीर्ष D, कर्ण AC को समद्विभाजित करता है।

अर्थात् AD = CD

उपपत्तिः AB = BC (दिया है)

BF = BE (वर्ग की भुजाएँ है)

$\Rightarrow$ $AB - BF = BC - BF$

$\Rightarrow$ $AF = EC$ ...(i)

ΔAFD और ΔDEC में

$AF = EC$ [सम्बन्ध (i) से]

$\angle AFD = \angle DEC$ [प्रत्येक 90°]

$FD = ED$ [वर्ग की भुजाएँ हैं]

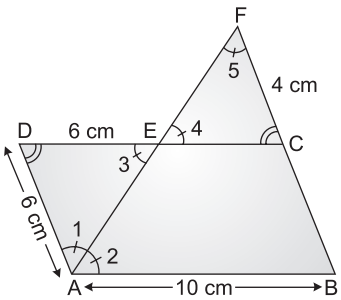
$\therefore$ $\Delta AFD \cong \Delta CED$ (SAS सर्वांगसमता से)

$\Rightarrow$ $AD = CD$ [C.P.C.T. से]

अर्थात् Δ का कर्ण AC, बिन्दु D द्वारा समद्विभाजित होता है।

इति सिद्धम्

2. उपपत्ति:



$\angle 1 = \angle 2$ (दिया है)

$\angle 2 = \angle 3$ (एकान्तर कोण)

$\Rightarrow$ $\angle 1 = \angle 3$ ...(i)

$\therefore$ $AD = DE$ (समान कोण के सम्मुख भुजा)

$\Rightarrow$ $DE = AD = 6$ cm

$\Rightarrow$ $EC = DC - DE$

$= AB - DE$

$= 10 - 6$

$EC = 4$ cm

अब $\angle 4 = \angle 3$ (शीर्षाभिमुख कोण है)

$\angle 1 = \angle 5$ (एकान्तर कोण है)

$\angle 1 = \angle 3$ (सम्बन्ध (i) से)

$\therefore$ $\angle 4 = \angle 5$

$CF = EC$ (समान कोण के सम्मुख भुजा)

$\therefore$ $CF = EC = 4$ cm

अत: $CF = 4$ cm

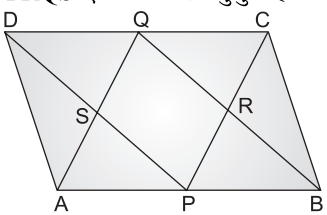
3. उदाहरण-15 देखें

4. उदाहरण-16 देखें

5. उदाहरण-15 और 16 की सहायता से हल करें।

6. NCERT FOLDER Ex-8.1 प्रश्न संख्या-3 देखें

7. सिद्ध करना है : PRQS एक समान्तर चतुर्भुज है।



उपपत्ति: $AB \parallel DC$

$\Rightarrow$ $AP \parallel QC$

$AB = DC$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}DC$

$\Rightarrow$ $AP = QC$

$\Rightarrow$ APCQ एक समान्तर चतुर्भुज हैं।

$\therefore$ $AQ \parallel PC$

$\Rightarrow$ $SQ \parallel PR$ ...(i)

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं कि

$SP \parallel QR$ ...(ii)

सम्बन्ध (i) व (ii) से

चतुर्भुज PRQS एक समान्तर चतुर्भुज है। **इति सिद्धम्।**

8. NCERT FOLDER Ex-8.1 प्रश्न-7 देखें।

9. (i) ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें $AB = AC$ है। (दिया है)

इसलिए $\angle ABC = \angle ACB$

(बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण) ...(i)

$\because \angle PAC$, ΔABC का बहिष्कोण है।

अत: $\angle PAC = \angle ABC + \angle ACB$

या $\angle PAC = 2\angle ACB$ (समीकरण (i) से) ...(ii)

अब AD कोण PAC को समद्विभाजित करती है

अत: $\angle DAC = \frac{1}{2}\angle PAC$

या $\angle PAC = 2\angle DAC$ ...(iii)

अत: $2\angle DAC = 2\angle ACB$ (समीकरण (ii) व (iii) से)

या $\angle DAC = \angle ACB$

या $\angle DAC = \angle BCA$ **इति सिद्धम्**

(ii) अब ये दोनों कोण एकान्तर कोण है जो रेखाखण्डों BC और AD को तिर्यक रेखा AC द्वारा प्रतिच्छेद करने से बनते हैं।

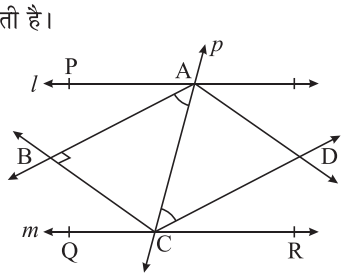
इसलिए $BC \parallel AD$

तथा $BA \parallel CD$ (दिया है)

इस प्रकार, चतुर्भुज $ABCD$ की सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म समान्तर हैं।

अत: $ABCD$ के एक समान्तर चतुर्भुज है। **इति सिद्धम्**

10. दिया है, $l \parallel m$ और तिर्यक रेखा p इन्हें क्रमश: बिन्दुओं A और C पर प्रतिच्छेद करती है।



$\angle PAC = \angle ACQ$ के समद्विभाजक B पर प्रतिच्छेद करते हैं।

और $\angle ACR$ और $\angle SAC$ के समद्विभाजक D पर प्रतिच्छेद करते हैं।

$\therefore \quad \angle ACD = \frac{1}{2}\angle ACR$

तथा $\quad \angle BAC = \frac{1}{2}\angle PAC$

सिद्ध करना है : चतुर्भुज $ABCD$ एक आयत है।

उपपत्ति : चूँकि $l \parallel m$ तथा p तिर्यक रेखा है, अत:

$\angle PAC = \angle ACR$ (एकान्तर कोण)

इसलिए $\quad \frac{1}{2}\angle PAC = \frac{1}{2}\angle ACR$

अर्थात् $\quad \angle BAC = \angle ACD$

ये बराबर कोण रेखाओं AB और DC के तिर्यक रेखा AC द्वारा प्रतिच्छेद करने से बनते हैं और यह एकान्तर कोण हैं।

इसलिए $\quad AB \parallel DC$

इसी प्रकार $\quad BC \parallel AD$

($\angle ACB$ और $\angle CAD$ लेने पर)

अत: $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

अब $\quad \angle PAC + \angle CAS = 180°$ (रैखिक युग्म)

इसलिए $\quad \frac{1}{2}\angle PAC + \frac{1}{2}\angle CAS = \frac{1}{2} \times 180° = 90°$

या $\quad \angle BAC + \angle CAD = 90°$

या $\quad \angle BAD = 90°$

इसलिए $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है जिसका एक कोण समकोण है।

अत: $ABCD$ एक आयत है। **इति सिद्धम्**

11. दिया है : $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है अत: इसकी सम्मुख भुजाएँ बराबर तथा समान्तर होगी। अर्थात्

$DC = AB$

$\Rightarrow \quad 3x + 14 = 2x + 25$

$\Rightarrow \quad x = 11$ सेमी.

चूँकि $DC \parallel AB$ तथा AC तिर्यक रेखा है। अत:

$\angle DCA = \angle CAB$ (एकान्तर कोण)

$\Rightarrow \quad (y + 9°) = 28°$

$\Rightarrow \quad y = 19°$

$\therefore \quad \angle DCA = y + 9°$

$= 19° + 9° = 28°$

तथा $\quad \angle DAC = 3y + 5°$

$= (3 \times 19° + 5)° = 62°$

ΔADC में, त्रिभुज का कोण योग नियम से,

$\Rightarrow \quad \angle ADC + 62° + 28° = 180°$

$\Rightarrow \quad \angle ADC + \angle DAC + \angle DCA = 180°$

$\Rightarrow \quad \angle ADC = 180° - 90° = 90°$

$\because$ समान्तर चतुर्भुज में, सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

$\therefore \quad \angle ABC = \angle ADC$

$z° = 90°$

अत: $x = 11$ सेमी, $y = 19°$ तथा $z = 90°$

❑❑

9 वृत्त (Circle)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (A) **2.** (B) **3.** (D)
4. (D) **5.** (A) **6.** (C)
7. (D) **8.** (C)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. जीवा PQ = जीवा RS
$\angle POQ = \angle ROS$
(समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अंतरित करती है)
$\therefore \quad 45° = \angle ROS$
$\Rightarrow \quad \angle ROS = 45°$

2. जीवा PQ = जीवा QR = जीवा RS
$\therefore \quad \angle POQ = \angle QOR = \angle ROS = 35°$
(समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अंतरित करती है)
$\Rightarrow \quad \angle POS = \angle POQ + \angle QOR + \angle ROS$
$= 35° + 35° + 35°$
$\angle POS = 105°$

3. ΔPOQ में,
$OP = OQ$ (वृत्त की त्रिज्याएँ है)
$\angle OPQ = \angle OQP$ {समान भुजाओं के सम्मुख कोण}
$\angle OPQ = 65°$
अब $\angle OPQ + \angle OQP + \angle POQ = 180°$
{Δ के कोण योग नियम से}
$65° + 65° + \angle POQ = 180°$
$\angle POQ = 180° - 130°$
$\angle POQ = 50°$
आगे हल के लिए प्रश्न संख्या-1 का हल देखें।

4. जीवा PQ = 12 cm
$PM = \frac{PQ}{2}$ {OM $\perp$ PQ}
$= \frac{12}{2}$
$= 6$ cm
$OP = 8$ cm
ΔOPM में, $\angle OMP = 90°$
$\therefore$ पाइथागोरस प्रमेय से,
$OP^2 = PM^2 + OM^2$
$8^2 = 6^2 + OM^2$
$\Rightarrow \quad OM^2 = 64 - 36$
$= 28$
$OM = \sqrt{28}$
$= 2\sqrt{7}$ cm

5. ΔOAB में,
$OA = OB$
$\Rightarrow \quad \angle OAB = \angle OBA$ (समान भुजाओं के सम्मुख कोण है)
और $\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 180°$
{Δ के कोण योग नियम से}
$\angle OAB + \angle OAB + 70° = 180°$
$2\angle OAB = 180° - 70°$
$2\angle OAB = 110°$
$\angle OAB = \frac{110°}{2}$
$\angle OAB = 55°$

लघु उत्तरीय प्रश्न

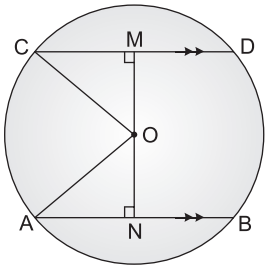
1. OM $\perp$ AD खींचा,
$AD = 16$
$AM = \frac{1}{2}AD = MD$
$= \frac{1}{2} \times 16$
$= 8$ cm
$AB = AM - BM$
$= 8 - 5$
$= 3$ cm
$BC = 10$ cm
$BM = \frac{1}{2}BC = MC$
$= \frac{1}{2} \times 10$
$= 5$ cm
$CD = MD - DC$
$= 8 - 5$
$= 3$ cm

2. उदाहरण 6 देखें।

3. उदाहरण 7 देखें।

4. उदाहरण 8 देखें।

5. प्रश्नानुसार $\Rightarrow$ AB = 6 cm, CD = 8 cm, ON = 4 cm.



ON $\perp$ AB और OM $\perp$ CD खीचिए

समकोण ΔONA में,

$\angle N = 90°$

$\therefore \quad OA^2 = AN^2 + ON^2$ {पाइथागोरस प्रमेय से}

$= 3^2 + 4^2 \quad \left\{AN = \frac{1}{2}AB \Rightarrow 3 \text{ cm}\right\}$

$= 9 + 16$

$OA^2 = 25$

$OA = 5$ cm

समकोण ΔOCM में

$\angle M = 90°$

$OC^2 = OM^2 + CM^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$(5)^2 = OM^2 + 4^2 \quad \left\{\begin{array}{l} OC = OA = \text{त्रिज्याएँ है} \\ CM = \frac{1}{2}CD \Rightarrow 4 \text{ cm} \end{array}\right\}$

$\therefore \quad OM^2 = 25 - 16$

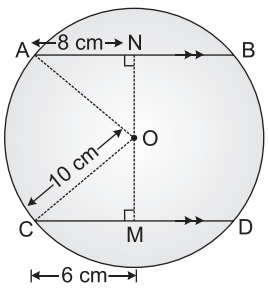
$OM^2 = 9$

$OM = 3$

अत: दूसरी जीवा की केन्द्र से दूरी = 3 cm.

6. OM और ON की लम्बाई प्रश्न सख्या-5 की तरह ज्ञात करें।

OM = 8 cm, ON = 6 cm

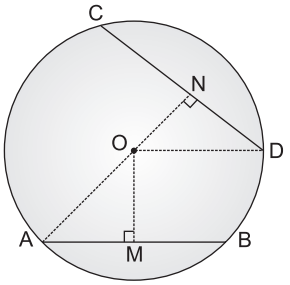


दोनों जीवाओं के बीच की दूरी $\Rightarrow$ MN = OM + ON

$= 8 + 6$

$= 14$ cm

7.



$CN = \frac{CD}{2} = ND$

$= \frac{24}{2}$

$= 12$ cm

$ON = 5$ cm

$OM = 12$ cm

ΔOND में, $\angle OND = 90°$

$\therefore \quad OD^2 = ON^2 + ND^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$= 5^2 + 12^2$

$= 25 + 144$

$OD^2 = 169$

$OD = 13$ cm

ΔOAM में,

$OA = OD = 13$ cm

$OM = 12$ cm

$\angle OMA = 90°$

$\therefore \quad OA^2 = OM^2 + AM^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$13^2 = 12^2 + AM^2$

$169 = 144 + AM^2$

$AM^2 = 169 - 144$

$AM^2 = 25$

$AM = 5$ cm

$AB = 2 \times AM$

$= 2 \times 5$

$= 10$ cm

उस जीवा की लम्बाई जो केन्द्र से 12 cm की दूरी पर है = 10 cm

8. उदाहरण-6 देखें।

9. सर्वप्रथम रूलर की सहायता से AB = 7 cm खींचिए। AB का लम्ब समद्विभाजक MN खींचिए जो AB को बिन्दु D पर काटता है। बिन्दु D को केन्द्र मान कर 1.2 cm का एक चाप लगाइए जो MN को O बिन्दु पर काटता है। O को केन्द्र मान और OA के समान त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचिए जो A और B से होकर जाता है।

गणना $\Rightarrow \quad OA^2 = OD^2 + AD^2$

$= (1.2)^2 + (3.5)^2$

$= 1.44 + 12.25$

$AO^2 = 13.69$

$AO = \sqrt{13.69}$

$= 3.695$ cm

$= 3.7$ cm (लगभग)

10. रचना : $OM \perp AB$, $ON \perp CD$ और रेखाखण्ड OP खींचिए।

उपपत्ति: ΔOMP और ΔONP में

$OM = ON$ {$AB = CD \Rightarrow OM = ON$}

$\angle OMP = \angle ONP$ {रचना से}

$OP = OP$ {उभयनिष्ठ}

$\therefore \Delta OMP \cong \Delta ONP$ (R.H.S. सर्वांगसमता से)

$\therefore MP = NP$ ...(i) (C.P.C.T. से)

लेकिन $AM = MB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD = CN = ND$

$\Rightarrow PB = PM - MB$

$= NP - CD$ {सम्बन्ध (i) व (ii) से}

$= PD$

$\Rightarrow PB = PD$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. प्रश्नानुसार चित्र बनाइएँ

उपपत्ति: $CD = 2x$ (माना)

$\therefore CN = \frac{CD}{2}$

$= \frac{2x}{2}$

$= x$

और $AB = 3CD$

$= 3 \times 2x = 6x$

$AM = \frac{1}{2}AB$

$= \frac{1}{2} \times 6x$

$= 3x$

ΔOCN में, $\angle ONC = 90°$

$OC^2 = CN^2 + ON^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$r^2 = x^2 + q^2$

$x^2 = r^2 - q^2$ ...(i)

ΔOMA में, $\angle OMA = 90°$

$OA^2 = AM^2 + OM^2$

$r^2 = (3x)^2 + P^2$

$r^2 = 9x^2 + P^2$

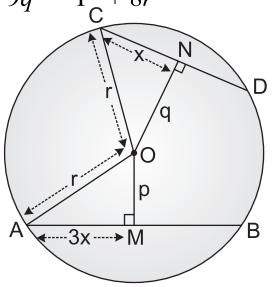
$r^2 = 9(r^2 - q^2) + P^2$ { समीकरण (i) से}

$r^2 = 9r^2 - 9q^2 + P^2$

$9q^2 = 9r^2 - r^2 + P^2$

$9q^2 = 8r^2 + P^2$

$9q^2 = P^2 + 8r^2$



2. उपपत्ति: $\Delta AOO'$ और $\Delta BOO'$ में

$AO = BO$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ हैं)

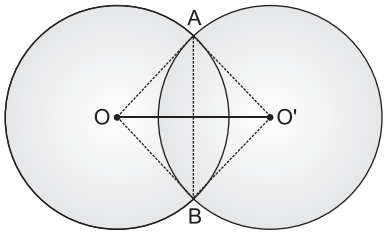
$AO' = BO'$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ हैं)

$OO' = OO'$ (उभयनिष्ठ है)

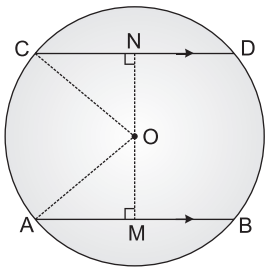
$\therefore \Delta AOO' \cong \Delta BOO'$ (S.S.S. सर्वांगसमता से)

$\therefore \angle OAO' = \angle OBO'$ (C.P.C.T. से)

अत: सिद्ध हुआ कि दो प्रतिच्छेद करते हुए वृत्तों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा दोनों प्रतिच्छेद बिन्दुओं पर समान कोण बनाती है।



3. माना त्रिज्या $= r$ cm



$OM \perp AB$

$\therefore AM = BM = \frac{1}{2}AB$

$= \frac{1}{2} \times 5$

$= \frac{5}{2}$ cm

$ON \perp CD$

$\therefore CN = DN = \frac{1}{2}CD$

$= \frac{1}{2} \times 11 = \frac{11}{2}$ cm

$MN = 6$ cm

$\Rightarrow OM = x$ (माना)

$\Rightarrow ON = (6 - x)$

ΔOAM में,

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$OA^2 = OM^2 + AM^2$$

$$r^2 = x^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \quad ...(i)$$

ΔONC में,

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$OC^2 = ON^2 + CN^2$$

$$r^2 = (6-x)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2 \quad ...(ii)$$

सम्बन्ध (i) व (ii) से

$$x^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = (6-x)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2$$

$$x^2 + \frac{25}{4} = 36 + x^2 - 12x + \frac{121}{4}$$

$$12x = 36 + \frac{121}{4} - \frac{25}{4}$$

$$12x = \frac{144+121-25}{4}$$

$$x = \frac{240}{4\times 12}$$

$$x = 5$$

$\Rightarrow x = 5$ समीकरण (i) में रखने पर

$$r^2 = 5^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$= \frac{25\times 4 + 25}{4}$$

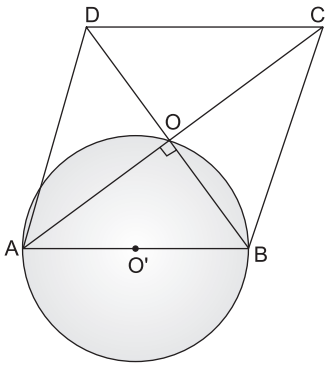
$$r^2 = \frac{125}{4}$$

$$r = \frac{5}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$$

वृत्त की त्रिज्या $= \frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm

4. लघु उत्तरीय प्रश्न-4 का हल देखें।

5. **उपपत्ति:** माना समचतुर्भुज के विकर्ण AC तथा BD बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।



लेकिन समचतुर्भुज के विकर्ण समकोण पर प्रतिच्छेद करते है।

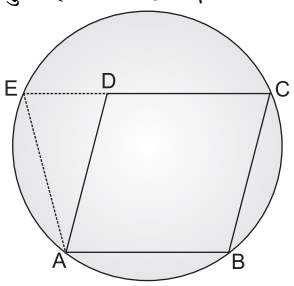
$\therefore \quad \angle BOC = 90°$

और $\angle BOC$ अर्द्धवृत्त में स्थित है।

$\therefore$ BC को व्यास मान कर खींचा गया वृत्त बिन्दु O से जायेगा।

इति सिद्धम्

6. **उपपत्ति:** यह दिया हुआ है कि ABCE एक चक्रीय चतुर्भुज है।



$\therefore \quad \angle ABC + \angle AED = 180°$ ...(i)

$\Rightarrow$ EOC एक सरल रेखा है।

$\therefore \quad \angle ADE + \angle ADC = 180°$ (रैखिक युग्म से)

लेकिन $\angle ADC = \angle ABC$

(समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण है)

$\therefore \quad \angle ADE + \angle ABC = 180°$ ...(ii)

इस प्रकार से

$$\angle ABC + \angle AED = \angle ADE + \angle ABC$$

(सम्बन्ध (i) व (ii) से)

$\Rightarrow \quad \angle AED = \angle ADE$

$\Rightarrow \quad AD = AE$

(समान कोण से सम्मुख भुजाएँ है)

इस प्रकार सिद्ध हुआ AD = AE

7. **(i) उपपत्ति :**

ΔAOB और ΔCOD में

$OA = OC$ (दिया है)

$OB = OD$ (दिया है)

$\angle AOB = \angle COD$ (शीर्षाभिमुख कोण हैं)

$\therefore \quad \Delta AOB \cong \Delta COD$ (SAS सर्वांगसमता से)

$\Rightarrow \quad AB = CD$

$\Rightarrow \quad \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ...(i)

ΔAOD और ΔCOB में

$OA = OC$ (दिया है)

$OD = OB$ (दिया है)

$\angle AOD = \angle COB$ (शीर्षाभिमुख कोण है)

$\therefore \quad \Delta AOD \cong \Delta COB$ (S.A.S. सर्वांगसमता से)

$\Rightarrow \quad AD = CB$

$\Rightarrow \quad \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CB}$ ...(ii)

$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{CB}$ [सम्बन्ध (i) व (ii) से]

$\Rightarrow$ $\overset{\frown}{BAD} = \overset{\frown}{BCD}$

$\Rightarrow$ BD, वृत्त को दो अर्द्धवृत्त में बाँटता है।

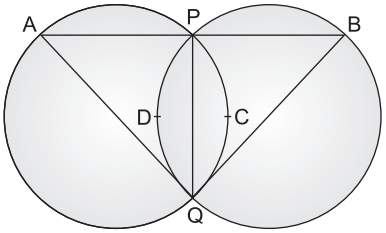
$\Rightarrow$ अत: BD, वृत्त का व्यास हुआ।

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं कि AC भी वृत्त का व्यास है।

(ii) दूसरे भाग के लिए NCERT FOLDER प्रश्नावली 9.3 के प्रश्न 7 की उपपत्ति देखें

8. रचना : P और Q को मिलाइए

उपपत्ति : PQ दोनों वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा है। और दोनों वृत्त सर्वांगसम है।

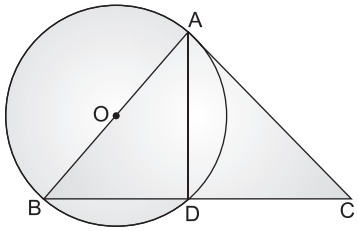


$\therefore$ चाप PCQ = चाप PDQ

$\therefore$ $\angle QAP = \angle QBP$

$\Rightarrow$ QA = QB (समानकोण के सम्मुख भुजाएँ है)

9. रचना : A और D को जोडिए



उपपत्ति : हम जानते हैं कि अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

$\therefore$ $\angle ADB = 90°$

BDC एक सरल रेखा है।

$\therefore$ $\angle BDA + \angle ADC = 180°$ (रैखिक युग्म है)

$90° + \angle ADC = 180°$

$\angle ADC = 180° - 90°$

$\angle ADC = 90°$

अब ΔABD और ΔACD में

AB = AC (दिया है)

AD = AD (उभयनिष्ठ है)

$\angle ADB = \angle ADC$ (प्रत्येक समकोण)

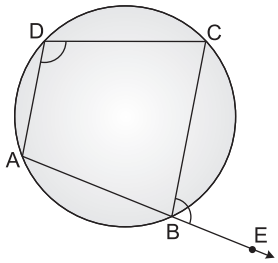
$\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (R.H.S. सर्वांगसमता से)

$\therefore$ BD = CD (C.P.C.T. से)

अत: सिद्ध हुआ कि वृत्त भुजा BC के मध्य बिन्दु D से होकर जाता है।

10. NCERT FOLDER Ex-9.3 प्रश्न संख्या-12 देखें।

11. दिया है : एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD, जिसकी एक भुजा AB को E तक बढ़ाया गया है।



सिद्ध करना है : $\angle CBE = \angle ADC$

उपपत्ति: ABE एक सरल रेखा है।

$\therefore$ $\angle ABC + \angle EBC = 180°$ ...(i)

(रैखिक युग्म से)

और $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ ...(ii)

(चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण है)

सम्बन्ध (i) व (ii) से

$\angle ABC + \angle EBC = \angle ABC + \angle ADC$

$\angle CBE = \angle ADC$

अत: सिद्ध हुआ कि चक्रीय चतुर्भुज की एक भुजा को बढ़ाने पर बना बहिष्कोण अन्त: सम्मुख कोण के बराबर होता है।

❑❑

10 हीरोन का सूत्र
(Heron's Formula)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (A) **2.** (C) **3.** (C)
4. (A) **5.** (B) **6.** (A)
7. (C) **8.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\text{आधार} \times \text{ऊँचाई}}{2}$

$= \frac{4 \times 6}{2}$

$= 12 \text{ cm}^2$

2. ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{AB \times AC}{2}$

$= \frac{4 \times 4}{2}$

$= 8 \text{ cm}^2$

3. माना बराबर भुजा की माप $= x$ cm

तब $x + x + 5 = 11$ cm

$2x = 11 - 5$

$2x = 6$

$x = 3$

प्रत्येक बराबर भुजा की माप $= 3$ cm

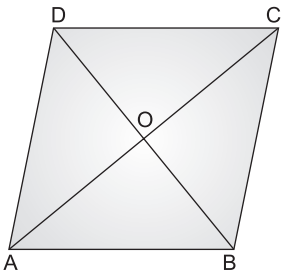
4. समबाहु Δ का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$

$20\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$

$\therefore \quad (\text{भुजा})^2 = \frac{20\sqrt{3} \times 4}{\sqrt{3}}$

भुजा $= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ cm

5. माना समचतुर्भुज ABCD में AB $= 10$ cm और विकर्ण AC $= 16$ cm



$\Rightarrow \quad AO = \frac{1}{2} AC$

$= \frac{1}{2} \times 16$

$= 8$ cm

समकोण ΔAOB में

$AB^2 = OB^2 + AO^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$10^2 = OB^2 + 8^2$

$OB^2 = 100 - 64$

$OB^2 = 36$

$OB = 6$ cm

$\Rightarrow \quad BD = 2OB$

$\Rightarrow \quad BD = 12$ cm

समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12$

$= 96 \text{ cm}^2$

6. समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × संगत शीर्षलम्ब

$= 10 \times 3.5 \text{ cm}^2$

$= 35 \text{ cm}^2$

7. माना समबाहु Δ की भुजा $= x$ इकाई

तब, प्रश्नानुसार क्षेत्रफल = परिमाप

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times x^2 = 3x$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}x^2 = 12x$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}x^2 - 12x = 0$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}x(x-4\sqrt{3}) = 0$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}x = 0$ या $x-4\sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \quad x = 0$ (अमान्य) या $x = 4\sqrt{3}$

अत: Δ की भुजा $= 4\sqrt{3}$ इकाई।

8. $a = 51$ m
$b = 37$ m
$c = 20$ m

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$= \frac{51+37+20}{2}$$

$$= 54 \text{ cm}$$

Δ का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{54(54-51)(54-37)(54-20)}$

$= \sqrt{54\times3\times17\times34}$

$= \sqrt{2\times3\times3\times3\times3\times17\times17\times2}$

$= 2\times3\times3\times17 \text{ m}^2$

$= 306 \text{ m}^2$

समतल कराने का व्यय = क्षेत्रफल × दर

= ₹ 306 × 3

= ₹ 918

9. हल सहित अभ्यास प्रश्न का दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-2 देखें।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. प्रश्न संख्या-8 (लघुउत्तरीय प्रश्न) देखें।

2. NCERT FOLDER Ex-10.1 प्रश्न-2 देखें।

3. हल सहित अभ्यास प्रश्न की दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-1 देखें।

4. हल सहित अभ्यास प्रश्न का लघु उत्तरीय प्रश्न-2 देखें।

5. हल सहित अभ्यास प्रश्न का लघु उत्तरीय प्रश्न-1 देखें।

6. मान लीजिए भुजाएँ (मीटर में) $3x$, $5x$ और $7x$ हैं (देखिए संलग्न चित्र)।
तब, $a = 3x$, $b = 5x$ तथा $c = 7x$

$\therefore \quad 2s = a + b + c = 3x + 5x + 7x$

$= 300$ (त्रिभुज की परिमाप)

या $\quad 15x = 300$

$\Rightarrow \quad x = 20$

$a = 3x = 3 \times 20 = 60$ मीटर

$b = 5x = 5 \times 20 = 100$ मीटर

$c = 7x = 7 \times 20 = 140$ मीटर

अब,

अर्द्ध परिमाप $s = \frac{300}{2} = 150$ मीटर

तथा $\quad s-a = 150 - 60 = 90$ मीटर

$s-b = 150 - 100 = 50$ मीटर

$s-c = 150 - 140 = 10$ मीटर

$\therefore \quad$ क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ (हीरोन का सूत्र)

$= \sqrt{150\times90\times50\times10}$ मीटर^2

$= 1500\sqrt{3}$ सेमी^{2}

7. दिया है, एक त्रिभुजाकार खेत की भुजाएँ 41 मीटर, 40 मीटर और 9 मीटर की हैं।
माना त्रिभुजाकार खेत की पहली भुजा $(a) = 41$ मीटर
त्रिभुजाकार खेत की दूसरी भुजा $(b) = 40$ मीटर
तथा त्रिभुजाकार खेत की तीसरी भुजा $(c) = 9$ मीटर
अब, इस त्रिभुजाकार खेत का अर्द्धपरिमाप

$$(s) = \frac{a+b+c}{2} = \frac{41+40+9}{2}$$

$$= \frac{90}{2} = 45 \text{ मीटर}$$

$\therefore$ त्रिभुजाकार खेत का क्षेत्रफल

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(हीरोन के सूत्र से)

$= \sqrt{45(45-41)(45-40)(45-9)}$

$= \sqrt{45\times4\times5\times36}$

$= \sqrt{4\times9\times25\times36}$

$= 2\times3\times5\times6$

$= 180$ वर्ग मीटर

$= 180 \times 10000$ वर्ग सेमी

साथ ही दिया है कि औसतन प्रत्येक गुलाब की क्यारी के लिए 900 वर्ग सेमी स्थान की आवश्यकता होती है।

$\therefore$ गुलाब की क्यारियों की संख्या

$$= \frac{\text{त्रिभुजाकार खेत का क्षेत्रफल}}{\text{एक क्यारी द्वारा घेरा गया स्थान}}$$

$$= \frac{180\times10000}{900}$$

$= 20 \times 100 = 2000$

अत: खेत में गुलाब की क्यारियों की अभीष्ट संख्या 2000 है। **उत्तर**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. हल सहित अभ्यास प्रश्न का लघु उत्तरीय प्रश्न-4 देखें।

2. चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल

$= \Delta ABC$ का क्षेत्रफल + ΔACD का क्षेत्रफल

अब ΔABC के लिए,

$a = 37$ सेमी

$b = 20$ सेमी

$c = 51$ सेमी

$s = \frac{a+b+c}{2}$

$= \frac{37+20+51}{2} = 54$ सेमी

अत: ΔABC का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{54(54-37)(54-20)(54-51)}$

$= \sqrt{54\times17\times34\times3}$

$= 306$ सेमी^{2}

पुन: ΔACD के लिए

$a = 51$ सेमी

$b = 30$ सेमी

$c = 44$ सेमी

$s = \frac{a+b+c}{2}$

$= \frac{51+30+44}{2}$

$= 62.5$ सेमी

ΔACD का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{62.5(62.5-51)(62.5-30)(62.5-44)}$

$= \sqrt{62.5\times11.5\times32.5\times18.5}$

$= 657.37$ सेमी^{2}

अत: चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल $= 306$ सेमी$^2 + 657.57$ सेमी^{2}

$= 963.37$ सेमी^{2}

3. दी गई आकृति में, ΔABC की भुजाओं की लम्बाइयाँ निम्न प्रकार हैं :

माना $c = AB = 120$ मीटर, $a = BC = 22$ मीटर

तथा $b = AC = 122$ मीटर

अब, ΔBDC का अर्द्धपरिमाप $(s) = \frac{a+b+c}{2}$

$\Rightarrow \quad s = \frac{22+122+120}{2}$

$= \frac{264}{2} = 132$ सेमी

$\therefore \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ (हीरोन के सूत्र से)

$= \sqrt{132(132-22)(132-122)(132-120)}$

$= \sqrt{132\times110\times10\times12}$

$= \sqrt{100\times121\times144}$

$= 10 \times 11 \times 12 = 1320$ वर्ग मीटर

अब, ΔBDC की भुजाओं की लम्बाइयाँ निम्न प्रकार हैं :

माना $c' = BD = 24$ मीटर, $a = BC = 22$ मीटर

तथा $b' = CD = 26$ मीटर

ΔBDC का अर्द्धपरिमाप $(s') = \frac{a+b'+c'}{2}$

$= \frac{22+26+24}{2} = \frac{72}{2} = 36$ मीटर

$\therefore \Delta BDC$ का क्षेत्रफल

$= \sqrt{s'(s'-a)(s'-b')(s'-c')}$

(हीरोन के सूत्र से)

$= \sqrt{36(36-22)(36-26)(36-24)}$

$= \sqrt{36\times14\times10\times12}$

$= \sqrt{36\times16\times105}$

$= 6\times4\times\sqrt{105}$

$= 24\sqrt{105}$

$= 24 \times 10.25$

$= 246$ वर्ग मीटर

अब, छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$= \Delta ABC$ का क्षेत्रफल $- \Delta BDC$ का क्षेत्रफल

$= 1320 - 246$

$= 1074$ वर्ग मीटर

अत: छायांकित भाग का अभीष्ट क्षेत्रफल 1074 वर्ग मीटर है। **उत्तर**

❑❑

11

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन
(Surface Areas and Volumes)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (B) **2.** (A) **3.** (C)
4. (C) **5.** (D) **6.** (D)
7. (A) **8.** (A) **9.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. गोले का आयतन $= \frac{2}{3} \times$ बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi r^2 h$$

$$2r = h$$

$$\frac{\text{गोले की ऊँचाई}}{\text{गोले का व्यास}} = \frac{h}{2r}$$

$$= \frac{2r}{2r}$$

$$= \frac{1}{1} \text{ या } 1:1$$

2. शंकु का आयतन $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

शंकु का आयतन $V_2 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 \times (2h)$

$$= \frac{\frac{1}{3}\pi r^2 \times h}{4} \times 2$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}\pi r^2 h\right]$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \times V_1$$

शंकु का आयतन, पहले आयतन का $\frac{1}{2}$ गुना हो जायेगा।

3. हाँ, सदैव एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ होती है।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. उदाहरण-11 देखें

2. हल सहित अभ्यास प्रश्न दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-2 देखें।

3. गोले की अन्तः त्रिज्या $(r) = 3$ सेमी.
धातु की मोटाई $= 2$ सेमी.
गोले की बाह्य त्रिज्या $(R) = (3 + 2) = 5$ सेमी.

धातु का आयतन $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (5^3 - 3^3)$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 98$$

$$= 410.666 \text{ सेमी}^3$$

$$= 410.67 \text{ सेमी}^3 \text{ (लगभग)}$$

4. कोश का आयतन $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (12^3 - 10^3)$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 728 \text{ सेमी}^3$$

कोश का द्रव्यमान $= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 728 \times 49$ ग्राम

$$= 44.826 \text{ किलोग्राम (लगभग)}$$

5. बोरों की संख्या $= \frac{\text{बर्तन का आयतन}}{\text{एक बोरे का आयतन}}$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times 3.14 \times (8.4)^2 \times 3.5}{1.96}$$

$$= \frac{3.14 \times 8.4 \times 8.4 \times 3.5}{3 \times 1.96}$$

$$= \frac{775.4544}{5.88}$$

$$= 131.88 \text{ बोरे}$$

6. डेरे में आदमी $= \dfrac{\text{डेरे में हवा का आयतन}}{\text{एक आदमी को हवा की आवश्यकता}}$

$$= \frac{\frac{1}{3}\pi r^2 h}{112}$$

$$= \frac{1\times\frac{22}{7}\times(14)^2\times12}{3\times112}$$

$$= \frac{22\times14\times14\times12}{3\times7\times112}$$

$= 22$ आदमी

7. डेरे के फर्श का क्षेत्रफल $= 6 \times 15$

$$\pi r^2 = 90 \quad ...(i)$$

डेरे का आयतन $= 6 \times 150$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 900 \quad ...(ii)$$

समीकरण (ii) ÷ समीकरण (i)

$$\frac{\frac{1}{3}(\pi r^2)\times h}{\pi r^2} = \frac{900}{90}$$

$$\frac{1}{3}h = 10$$

$$h = 30 \text{ मीटर}$$

डेरे की ऊँचाई $= 30$ मीटर

8. $\dfrac{\text{एक ठोस गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ}}{\text{एक ठोस अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ}} = \dfrac{4\pi r^2}{3\pi r^2}$

$= \dfrac{4}{3}$ या $4 : 3$

9. एक भाग का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 3\pi r^2$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$= 462$ सेमी^{2}

इसी प्रकार दूसरे भाग का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 462$ सेमी^{2}

योगफल $= 462 + 462$

$= 924$ सेमी^{2}

10. ठोसे गोले की ऊपरी सतह का क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (14)^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$= 2464$ सेमी^{2}

रंगवाने का खर्च $= ₹\ 2464 \times \dfrac{5}{100}$

$= ₹\ 123.20$

11. प्रश्न संख्या-10 की तरह

12. शंकु का वक्रपृष्ठ $= \pi rl$

$\therefore \quad \pi rl = 880$

$\pi \times 7 \times l = 880$

$$l = \frac{880\times7}{22\times7}$$

$l = 40$ सेमी

हम जानते हैं $l^2 = h^2 + r^2$

$40^2 = h^2 + 7^2$

$h^2 = 40^2 - 7^2$

$h^2 = 1600 - 49$

$h = \sqrt{1551}$

$= 39.38$ सेमी (लगभग)

13. प्रश्नानुसार $\pi rl = 264$

$$\frac{22}{7} \times r \times 12 = 264$$

$$r = \frac{264\times7}{22\times12}$$

$r = 7$ m

हम जानते हैं, $l^2 = h^2 + r^2$

$12^2 = h^2 + 7^2$

$h^2 = 144 - 49$

$h = \sqrt{95}$

$= 9.7467$ मीटर

$= 9.747$ मीटर (लगभग)

14. माना दो गोलों की त्रिज्याएँ क्रमशः r_1 व r_2 हैं।

दिया है, दो गोलों के आयतनों का अनुपात $64 : 27$ है।

$$\therefore \frac{\text{पहले गोले का आयतन}}{\text{दूसरे गोले का आयतन}} = \frac{4/3\pi r_1^3}{4/3\pi r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{64}{27} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{3} ...(i)$$

अब, $\dfrac{\text{पहले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{दूसरे गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}$

$$= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

[समीकरण (i) से]

अतः अभीष्ट अनुपात $16 : 9$ है। **उत्तर**

15. जैसा कि संलग्न चित्र में दर्शाया गया है, घन से काटे गए बडे-से-बड़े शंकु का आधार वह वृत्त होगा, जो घन के वर्गाकार आधार की चारों भुजाओं को स्पर्श करता है तथा शंकु की ऊँचाई घन की कोर की लम्बाई के बराबर होगी।

शंकु के वृत्तीय आधार की त्रिज्या $r = OA$

$$= \frac{\text{घन की कोर की लम्बाई}}{2}$$

$$= \frac{18}{2} \text{ सेमी} = 9 \text{ सेमी}$$

तथा शंकु की ऊँचाई

$h = OV$

= घन की कोर की लम्बाई

= 18 सेमी

अत: शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 9^2 \times 18 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{22}{7} \times 81 \times 6 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{10692}{7} \text{ घन सेमी}$$

= 1527.43 घन सेमी।

16. चूँकि केवल गोलाकार पृष्ठ पर ही पेन्ट होगा, अत: पेन्ट का व्यय ज्ञात करने के लिए हमें अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करना होगा।

दिया है, आधार की परिधि = 17.6 मीटर

या $2\pi r = 17.6$

अर्थात् $r = \frac{17.6\times 7}{2\times 22}$ मीटर

= 2.8 मीटर

जहाँ r अर्द्धगोले की त्रिज्या है तथा $\pi = \frac{22}{7}$ लेने पर,

∴ भवन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$$= 2\times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \text{ मीटर}^2$$

$= 49.28$ मीटर^2

अब, 100 सेमी^{2} पेंटिंग की लागत = ₹ 5

∴ 1 सेमी^{2} पेंटिंग का व्यास $= \frac{5}{100} =$ ₹ 0.05

या 0.0001 मीटर^2 पेंटिंग का व्यय = ₹ 0.05

(∵ 1 सेमी^{2} = 0.0001 मीटर^2)

इसलिए 1 मीटर^2 पेंटिंग की लागत $= \frac{0.05}{0.0001} =$ ₹ 500

अत: 49.28 मीटर^2 पेंटिंग की लागत = ₹ 500 × 49.25

= ₹ 24640. **उत्तर**

17. दिया है, शंकु की त्रिज्या : शंकु की ऊँचाई = 3 : 4

माना शंकु की त्रिज्या $r = 3\lambda$ सेमी

तथा शंकु की ऊँचाई $= 4\lambda$ सेमी

तब, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3}\pi \times (3\lambda)^2 \times 4\lambda \text{ सेमी}^3$$

$$= \frac{1}{3}\pi \times 9\lambda^2 \times 4\lambda \text{ सेमी}^3$$

$= \pi \times 3\ 4 \times \lambda$

या $\lambda^3 = \frac{3768}{12\times 314} = 1$ या $\lambda = 1$

अत: शंकु की त्रिज्या $r = 3\lambda$ सेमी

= 3 × 1 सेमी = 3 सेमी

तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{(r^2 + h^2)}$

$$= \sqrt{\{(3\lambda)^2 + (4\lambda)^2\}} \text{ सेमी}$$

$$= \sqrt{(9\lambda^2 + 16\lambda^2)} \text{ सेमी}$$

$$= \sqrt{(25\lambda^2)} \text{ सेमी}$$

$= 5\lambda$ सेमी = 5 × 1 सेमी = 5 सेमी

18. दिया है, पहली गोली की त्रिज्या $(r_1) = 3$ सेमी

दूसरी गोली की त्रिज्या $(r_2) = 4$ सेमी

तथा तीसरी गोली की त्रिज्या $(r_3) = 5$ सेमी

माना बड़े गोले की त्रिज्या R है।

प्रश्नानुसार, गोले को पिघलाकर तीन गालियाँ बनाई गई हैं।

∴ तीनों गोलियों क आयतनों का योग = गोले का आयतन

$$\Rightarrow \quad \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 + \frac{4}{3}\pi r_3^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4}{3}\pi(r_1^3 + r_2^3 + r_3^3) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow \quad (3)^3 + (4)^3 + (5)^3 = (R)^3$$

$$\Rightarrow \quad 27 + 64 + 125 = R^3$$

$$\Rightarrow \quad 216 = R^3$$

$$\Rightarrow \quad R^3 = 216$$

$$\Rightarrow \quad R^3 = (6)^3$$

$$\therefore \quad R = 6 \text{ सेमी}$$

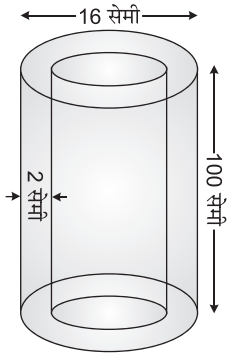
अत: बड़े गोले की अभीष्ट त्रिज्या 6 सेमी है। **उत्तर**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. R = 8 सेमी

$r = 8 - 2 = 6$ सेमी

$h = 100$ सेमी



ट्यूब को बनाने लगा लोहा

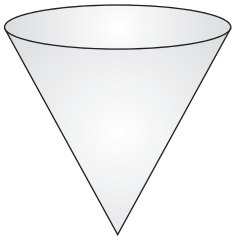
$$= \pi(R^2 - r^2)h$$

$$= \frac{22}{7}(8^2 - 6^2) \times 100$$

$$= \frac{22}{7} \times 28 \times 100$$

$$= 8800 \text{ सेमी}^3$$

2. शंकु के आधार का परिमाप $= \frac{22}{7} \times 14$



$$2\pi r = \frac{22}{7} \times 14$$

$$r = \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 7}{22 \times 2}$$

$\Rightarrow$ $r = 7$ सेमी

$\Rightarrow$ $l = 14$ सेमी

$\Rightarrow$ $h^2 = l^2 - r^2$

$$= 14^2 - 7^2$$

$$h^2 = 147$$

$$h = \sqrt{147}$$

$$= 12.12 \text{ सेमी (लगभग)}$$

$$\text{धारिता} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 12.12$$

$$= 622.16 \text{ सेमी}^3 \text{ (लगभग)}$$

3. उदाहरण-9 देखे।

4. अभ्यास प्रश्न (Solved) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-5 देखें

5. अभ्यास प्रश्न (Solved) अति लघु उत्तरीय प्रश्न-8 देखें।

6. अर्द्धगोलीय भाग की त्रिज्या = शंक्वाकार भाग की त्रिज्या

$\Rightarrow$ $r = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{4}{2}$ सेमी $= 2$ सेमी

तथा शंक्वाकार भाग की ऊँचाई $h = 3$ सेमी

$\therefore$ अर्द्धगोलीय भाग का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3}\pi \times 2^3 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{2}{3}\pi \times 8 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{16}{3}\pi \text{ घन सेमी}$$

तथा शंक्वाकार भाग का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 3 \text{ घन सेमी}$$

$$= 4\pi \text{ घन सेमी}$$

अत: खिलौने का आयतन = अर्द्धगोलीय भाग का आयतन

+ शंक्वाकार भाग का आयतन

$$= \left[\frac{16}{3}\pi + 4\pi\right] \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{16\pi + 12\pi}{3} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{28}{3}\pi \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{28}{3} \times \frac{22}{7} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4 \times 22}{3} \text{ घन सेमी}$$

$$= 29.33 \text{ घन सेमी}$$

$\because$ शंक्वाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 2^2} \text{ सेमी}$$

$$= \sqrt{9 + 4} \text{ सेमी}$$

$$= \sqrt{13} \text{ सेमी}$$

$$= 3.61 \text{ सेमी}$$

$\therefore$ शंक्वाकार भाग का वक्र पृष्ठ

$$= \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 2 \times 3.61 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 22.69 \text{ वर्ग सेमी}$$

तथा अर्द्धगोलीय भाग का वक्र पृष्ठ

$= 2\pi r^2$

$= 2\pi \times 2^2$ वर्ग सेमी

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4$ वर्ग सेमी

$= \frac{176}{7}$ वर्ग सेमी

$= 25.14$ वर्ग सेमी

अत: खिलौने का वक्र पृष्ठ

= अर्द्धगोलीय भाग का वक्रपृष्ठ + शंक्वाकार भाग का वक्रपृष्ठ

$= (25.14 + 22.69)$ वर्ग सेमी

$= 47.83$ वर्ग सेमी

7. बड़े शंकु के लिए :

शंकु की ऊँचाई $(H) = 14$ सेमी

तथा शंकु के आधार की त्रिज्या $(R) = 5$ सेमी

तब,

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(L) = \sqrt{H^2 + R^2}$

$= \sqrt{(14)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{196 + 25} = \sqrt{221}$

$= 14.87$ सेमी

$\therefore$ शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi RL$

$= \pi \times 5 \times 14.87$

$= \frac{22}{7} \times 5 \times 14.87$

$= \frac{1635.7}{7}$

$= 233.67$ वर्ग सेमी

तथा शंकु का आयतन $= \pi r^2 H$

$= \frac{22}{7} \times (5)^2 \times 14$

$= 22 \times 25 \times 2$

$= 1100$ घन सेमी

छोटे शंकु के लिए :

शंकु की ऊँचाई $(h) = 12$ सेमी

तथा शंकु के आधार की त्रिज्या $(R) = 5$ सेमी

तब, शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + R^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169}$

$= 13$ सेमी

$\therefore$ शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi Rl$

$= \frac{22}{7} \times 5 \times 13$

$= \frac{1430}{7}$

$= 204.29$ वर्ग सेमी

तथा शंकु का आयतन $= \pi R^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (5)^2 \times 12$

$= 942.857$ घन सेमी

प्रश्नानुसार, बड़े शंकु में से छोटा शंकु काटकर निकाल दिया गया है।

$\therefore$ शेष आकृति का आयतन

= बड़े शंकु का आयतन – छोटे शंकु का आयतन

$= 1100 - 942.857$

$= 157.143$ घन सेमी। **उत्तर**

❑❑

12

सांख्यिकी
(Statistics)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (C) **2.** (B) **3.** (D)
4. (D) **5.** (C) **6.** (B)
7. (D) **8.** (B) **9.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. माध्यक, क्योंकि

(i) प्रत्येक आँकड़ा केवल एक ही बार आया है।

(ii) आँकड़े अत्यधिक मान से प्रभावित है।

2. आँकड़ो का माध्यक ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम आँकड़ों को आरोही क्रम या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करते हैं।

3. आँकड़ों को व्यवस्थित करें फिर गणना करके माध्यक ज्ञात करें।

4. यह कथन सत्य नही है।

आयत चित्र में, प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल संगत वर्ग की बारम्बारता के मान के समानुपाती होता है।

5. यह कथन सत्य नहीं है।

दो क्रमागत वर्ग चिन्ह का अन्तर वर्ग सीमा के बराबर होता है।

6. यह कथन सत्य नही है।

10 या उससे अधिक घंटों तक टी.वी. देखने वाले बच्चों की संख्या $4 + 2 = 6$ से अधिक नहीं हो सकती।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. दिये गये आँकड़ों से तैयार बारम्बारता बंटन सारणी :

रक्त समूह	विद्यार्थियों की संख्या (बारम्बारता)
A	12
B	8
AB	4
O	6
योगफल	30

2. दिये गये आँकड़ों से तैयार बारम्बारता बंटन सारणी :

अंक	बारम्बारता
0	1
1	2
2	5
3	6
4	3
5	4
6	3
7	2
8	5
9	4

3. दिये गये आँकड़ों से तैयार बारम्बारता बंटन सारणी :

प्राप्ताँक	मिलान चिन्ह	बारम्बारता
48	|||	3
58	|||	3
64	||||	4
66	$\not{\text{IIII}}$ ||	7
69	$\not{\text{IIII}}$ |	6
71	|||	3
73	||	2
81	|	1
83	||	2
84	||	2

4.

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0 – 10	4
10 – 20	8
20 – 30	13
30 – 40	12
40 – 50	6

वर्ग-अन्तरालों की माप = 10

5.

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
149.5 – 153.5	7
153.5 – 157.5	7
157.5 – 161.5	15
161.5 – 165.5	10
165.5 – 169.5	5
169.5 – 173.5	6

$\Rightarrow$ 153.5, वर्ग अंतराल 153.5 – 157.5 में सम्मिलित किए जाऐंगें।
$\Rightarrow$ 157.5, वर्ग अंतराल 157.5 – 161.5 में सम्मिलित किए जाऐंगें।

6. NCERT FOLDER Ex-12.1 प्रश्न संख्या 2 देखें उचित पैमाना मान कर दंड आलेख खींचिए।

7. NCERT FOLDER Ex-12.1 प्रश्न संख्या-2 देखें।
उचित पैमाना मान कर दंड आलेख खींचे।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. दिए गये आँकड़ों से तैयार वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी :

वर्ग अन्तराल	मिलान चिन्ह	बारम्बारता
0 – 9	||||	4
10 – 19	𝍸 ||	7
20 – 29	𝍸	5
30 – 39	𝍸 𝍸	10
40 – 49	𝍸	5
50 – 59	𝍸 |||	8
60 – 69	𝍸	5
70 – 79	𝍸 |||	8
80 – 89	𝍸	5
90 – 99	|||	3

2. प्राप्त आँकड़ों से तैयार एक वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी निम्न है।

वर्ग अन्तराल	मिलान चिन्ह	बारम्बारता
0 – 10	||||	4
10 – 20	𝍸 ||	7
20 – 30	𝍸	5
30 – 40	𝍸 𝍸	10
40 – 50	𝍸	5
50 – 60	𝍸 |||	8
60 – 70	𝍸	5
70 – 80	𝍸 |||	8
80 – 90	𝍸	5
90 – 100	|||	3

3. उदाहरण-3 की तरह आयत चित्र खींचिए। (उचित पैमाना मान कर)

4. NCERT FOLDER Ex-12.1 प्रश्न संख्या-4 की तरह उचित पैमाना मान कर आयत चित्र खींचिए।

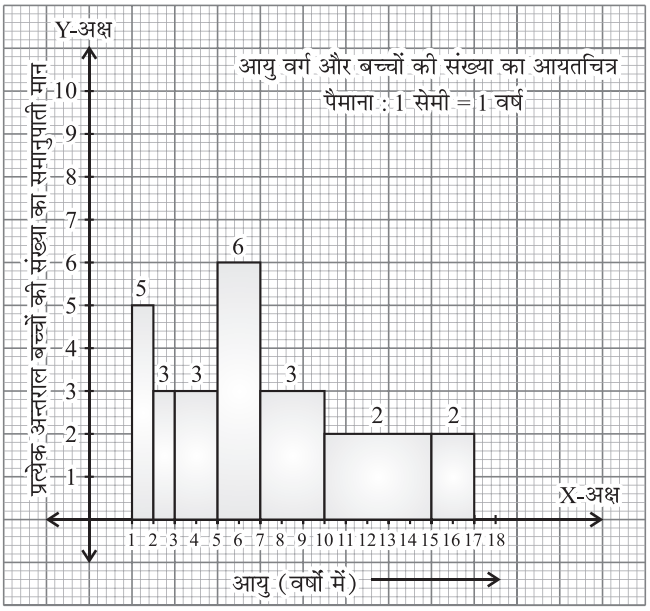
5. NCERT FOLDER Ex-12.1, प्रश्न-संख्या-4 की तरह उचित पैमान मानकर आयत चित्र खींचिए।

6. उदाहरण-4 की सहायता से आयत चित्र खींचिए।

7. बनाने की विधि:

1. X-अक्ष तथा Y-अक्ष खींचा।
2. X-अक्ष पर आयु-वर्ग (1 – 2), (2 – 3), (3 – 5), (5 – 7), (7 – 10), (10 – 15) तथा (15 – 17) प्रदर्शित किया।
3. यहाँ वर्गों की न्यूनतम चौड़ाई 1 है।
4. वर्गों की चौड़ाई के सापेक्ष आयतों की लम्बाई के लिए एक सारणी निम्नवत् बनाई।

आयु वर्ग	बारम्बारता (बच्चों की संख्या)	वर्ग की चौड़ाई	आयत की लम्बाई
1 – 2	5	1	$\frac{5}{1}\times 1 = 5$
2 – 3	3	1	$\frac{3}{1}\times 1 = 3$
3 – 5	6	2	$\frac{6}{2}\times 1 = 3$
5 – 7	12	2	$\frac{12}{2}\times 1 = 6$
7 – 10	9	3	$\frac{9}{3}\times 1 = 3$
10 – 15	10	5	$\frac{10}{5}\times 1 = 2$
15 – 17	4	2	$\frac{4}{2}\times 1 = 2$



5. प्रत्येक वर्ग की चौड़ाई पर उसके लिए अगणित लम्बाई को आयत बनाकर अभीष्ट आयतचित्र प्राप्त किया।

❑❑